Colégio Militar de Fortaleza

Concurso de Admissão ao 1º ano do Ensino Médio – 2005/2006

Prova de Matemática

Prova

Resolvida

http://estudareconquistar.wordpress.com/

Prova:

http://estudareconquistar.files.wordpress.com/2013/05/cmf-prova-mat-105.pdf

Gabarito Não Oficial:

http://estudareconquistar.files.wordpress.com/2013/05/cmf-gab-mat-105.pdf

CMF: http://www.cmf.ensino.eb.br/sistemas/inscricao/

Maio 2013

Questão 1)

Informações:

- Taxa de juros: 5% → 0,05
- Capital: R$ 300,00

$$\text{Montante} = \text{Capital} + \text{Juros}$$
$$900 = 300 + \text{Juros} \ \rightarrow \text{Juros} = \text{R\$ } 600{,}00$$

$$\text{Juros} = \text{Capital}.\text{Taxa}.\text{Tempo}$$
$$600 = 300.0{,}05.\text{Tempo} \rightarrow \text{Tempo} = 40 \text{ meses}$$

Resposta: D

Questão 2)

$$a + b + c = 0$$
$$a + b = -c$$

- Elevando os dois lados ao cubo:

$$(a + b)^3 = (-c)^3$$
$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = -c^3$$
$$a^3 + b^3 + c^3 = -3a^2b - 3ab^2$$
$$a^3 + b^3 + c^3 = -3ab(a + b)$$
$$a^3 + b^3 + c^3 = -3ab(-c)$$
$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

Resposta: E

Questão 3)

$$\text{Equação (1):}\quad x - y = \frac{1}{6}$$
$$\text{Equação (2):}\quad 2x + 3y = 2$$

- Equação (2) – 2 x Equação (1):

$$2x + 3y - 2x + 2y = 2 - \frac{1}{3}$$
$$5y = \frac{5}{3} \rightarrow y = \frac{1}{3} \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

- Equação gerada a partir das soluções do sistema:

$$\left(k - \frac{1}{2}\right) x \left(k - \frac{1}{3}\right) = 0$$
$$k^2 - \frac{1}{2}k - \frac{1}{3}k + \frac{1}{6} = 0 \rightarrow 6k^2 - 5k + 1 = 0$$

Resposta: C

Questão 4)

- Valor máximo de f(x):

$$f(x) = -x^2 + x + 1$$
$$f(x)_{\text{máx}} = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-[1 - 4(-1)(1)]}{-4} = \frac{-[1 + 4]}{-4} = \frac{5}{4}$$

- Valor mínimo de g(x):

$$g(x) = x^2 - x + 1$$

$$g(x)_{\text{min}} = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-[1 - 4(1)(1)]}{4} = \frac{-[1 - 4]}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\text{Diferença} = \frac{5}{4} - \frac{3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Resposta: D

Questão 5)

Informações:

- Prêmio total: R$ 1.900,00

- Quantia dada para cada filho:

$$1^{\text{º}}\ \text{Filho}: \frac{k}{2} \qquad 2^{\text{º}}\ \text{Filho}: \frac{k}{4} \qquad 3^{\text{º}}\ \text{Filho}: \frac{k}{5}$$

$$\text{Total} \rightarrow \frac{k}{2} + \frac{k}{4} + \frac{k}{5} = 1900$$

$$\frac{19k}{20} = 1900 \rightarrow k = 2000$$

$$1^{\text{º}}\ \text{Filho}: \frac{k}{2} \rightarrow \text{R\$ } 1.000{,}00 \qquad 2^{\text{º}}\ \text{Filho}: \frac{k}{4} \rightarrow \text{R\$ } 500{,}00 \qquad 3^{\text{º}}\ \text{Filho}: \frac{k}{5} \rightarrow \text{R\$ } 400{,}00$$

Resposta: B

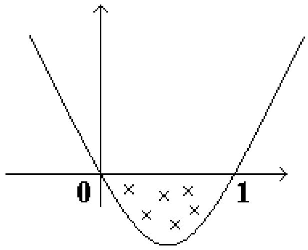
Questão 6)

Condição:

$$x^2 < x < \frac{x}{2} \qquad e \qquad x^2 - x < 0 < \frac{x}{2} - x$$

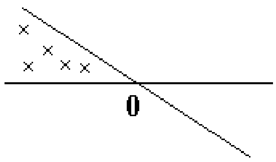
1)

$$x^2 - x < 0$$

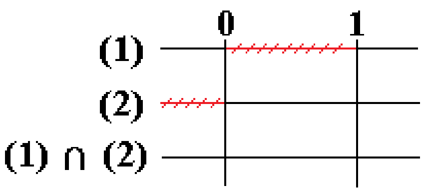


2)

$$0 < \frac{x}{2} - x \rightarrow 0 < -\frac{x}{2}$$



Intercessão dos intervalos:



Resposta: B

Questão 7)

$$\frac{3a}{2} = \frac{5b}{3} \rightarrow 9a = 10b$$

Sabendo que a e b são os menores números naturais que obedecem a essa relação, devemos procurar pelo menor número que é múltiplo de 9 e 10 simultaneamente, ou seja, o m.m.c. (9,10):

$$\text{m.m.c.}(9{,}10) = 90$$

$$9a = 10b = 90 \rightarrow a = 10 \text{ e } b = 9$$

$$a^2 - b^2 \rightarrow 100 - 81 = 19$$

<u>**Resposta**</u>**: A**

Questão 8)

$$\sqrt{\frac{7}{2}} - \sqrt{\frac{2}{7}} = x$$

- <u>Elevando ao quadrado</u>:

$$\left(\sqrt{\frac{7}{2}} - \sqrt{\frac{2}{7}}\right)^2 = x^2$$

$$\frac{7}{2} - 2.\sqrt{\frac{7}{2}.\frac{2}{7}} + \frac{2}{7} = x^2$$

$$\frac{7}{2} - 2 + \frac{2}{7} = x^2$$

$$x^2 = \frac{49 - 28 + 4}{14} = \frac{25}{14} \rightarrow x = \frac{5}{\sqrt{14}}$$

<u>**Resposta**</u>**: E**

Questão 9)

$$\sqrt{2}x^2 - 4x - 3\sqrt{2} = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 4\left(\sqrt{2}\right)\left(-3\sqrt{2}\right) = 16 + 24 = 40$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{40}}{2\sqrt{2}} = \frac{4 \pm 2\sqrt{10}}{2\sqrt{2}} = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2} \pm \sqrt{20}}{2} = \frac{2\sqrt{2} \pm 2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{2} \pm \sqrt{5}$$

$$a = \sqrt{2} + \sqrt{5} \text{ e } b = \sqrt{2} - \sqrt{5}$$

$$3.\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = 3\left(\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{5}}\right) = 3\left(\frac{\sqrt{2} - \sqrt{5} + \sqrt{2} + \sqrt{5}}{2 - 5}\right) = 3.\left(\frac{2\sqrt{2}}{-3}\right) = -2\sqrt{2}$$

<u>Resposta</u>: B

Questão 10)

$$\sqrt{16x} = 3 - 4x$$

- <u>Elevando os lados ao quadrado</u>:

$$\left(\sqrt{16x}\right)^2 = (3-4x)^2$$

$$16x = 9 - 24x + 16x^2$$

$$16x^2 - 40x + 9 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Delta = 1600 - 4(16)(9) = 1600 - 576 = 1024$$

$$x = \frac{40 \pm \sqrt{1024}}{32} = \frac{40 \pm 32}{32} \to \frac{72}{32} \text{ ou } \frac{8}{32}$$

1)

$$\frac{72}{32} = \frac{9}{4}$$

$$\sqrt{16.\frac{9}{4}} = 3 - 4.\frac{9}{4}$$

$$\sqrt{36} = 3 - 9$$

$$6 = -6$$

2)

$$\frac{8}{32} = \frac{1}{4}$$

$$\sqrt{16.\frac{1}{4}} = 3 - 4.\frac{1}{4}$$

$$\sqrt{4} = 3 - 1$$

$$2 = 2$$

<u>Resposta</u>: C

Questão 11)

Considere um ângulo x:

$$x = \frac{60}{100}(180 - x)$$

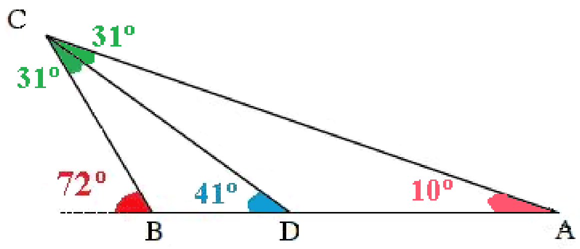
$$100x = 10800 - 60x$$

$$160x = 10800 \rightarrow x = 67{,}5°$$

$$\text{Dobro do Ângulo} \rightarrow 135°$$

Resposta: E

Questão 12)

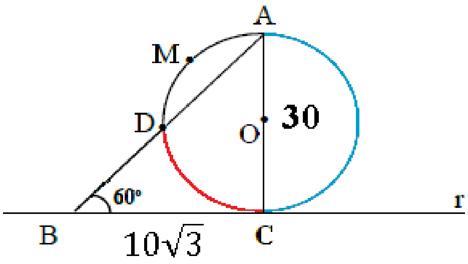


$$\text{Ângulos agudos } \Delta ABC \rightarrow \hat{C} = 62° \text{ e } \hat{A} = 10°$$

$$\text{Diferença} = 62 - 10 = 52°$$

Resposta: E

Questão 13)



$$\text{tg } 60° = \sqrt{3} = \frac{AC}{BC} = \frac{AC}{10\sqrt{3}} \rightarrow AC = 30 \text{ cm}$$

$$\widehat{B} = \frac{\text{Arco (AC)} - \text{Arco (DC)}}{2}$$

$$60° = \frac{180° - \text{Arco (DC)}}{2} \rightarrow \text{Arco (DC)} = 60°$$

$$\text{Arco (AMD)} = 180 - \text{Arco(DC)} \rightarrow \text{Arco(AMD)} = 120°$$

O Arco (AMD) corresponde a $\frac{1}{3}$ de uma circunferência, cujo comprimento é $2\pi r$. Assim:

$$\overline{AMD} = \frac{2\pi r}{3} = \frac{2 \text{ x } 3{,}14 \text{ x } 15}{3} = 31{,}4 \text{ cm}$$

<u>Resposta</u>: D

Questão 14)

<u>Informações</u>:

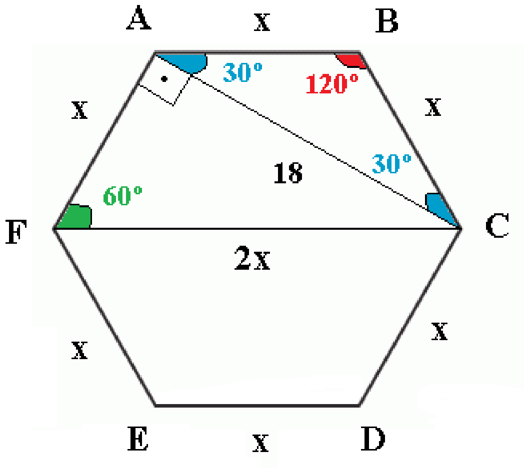
- Eneágono: polígono de nove lados

$$\text{Soma dos Ângulos Internos } (S_i) = 180.(n-2) = 1260°$$
$$\text{Soma dos Ângulos Externos } (S_e) = 360°$$

$$S_i - S_e = 1260 - 360 = 900°$$

<u>Resposta</u>: D

Questão 15)

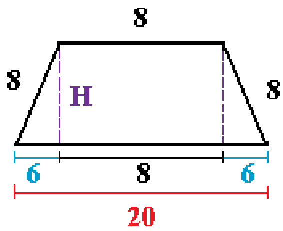


$$\text{Triângulo ACF} \rightarrow (2x)^2 = x^2 + 18^2 \rightarrow x = 6\sqrt{3}\ \text{cm}$$

$$\text{Área } \Delta ACF = \frac{18\ x}{2} = 9x = 9.6\sqrt{3} = 54\sqrt{3}\ \text{cm}^2$$

Resposta: A

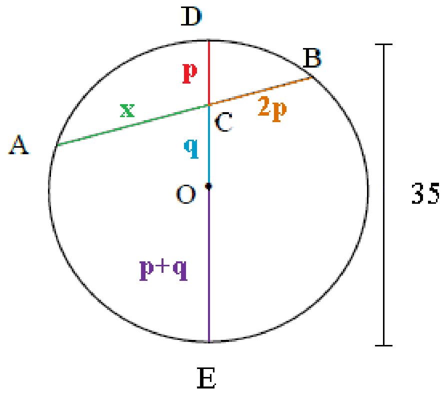
Questão 16)



$$8^2 = 6^2 + H^2 \rightarrow H^2 = 64 - 36 \rightarrow H^2 = 28 \rightarrow H = 2\sqrt{7}\ \text{cm}$$

Resposta: C

Questão 17)



$$2p + 2q = 35$$

$$\overline{AC} x \overline{CB} = \overline{DC} x \overline{CE}$$

$$(x)\ x\ (2p) = (p)\ x\ (p + 2q)$$

$$2xp = p\ (p + 2q)$$

$$2x = (p + 2q)$$

$$2x = 2p + 2q - p$$

$$2x = 35 - p$$

$$2x + p = 35$$

<u>**Resposta**</u>**: A**

Questão 18)

Informações:

- Lado dos polígonos: 15 cm
- Nº de lados do polígono 1: X
- Nº de lados do polígono 2: Y
- Nº de diagonais do polígono 1: $\frac{X\,(X-3)}{2}$
- Nº de diagonais do polígono 2: $\frac{Y\,(Y-3)}{2}$

- Nº de lados dos dois polígonos:

$$X + Y = 12$$

$$X = 12 - Y$$

- Nº de diagonais totais:

$$\frac{X\,(X-3)}{2} + \frac{Y\,(Y-3)}{2} = 22$$

$$X\,(X-3) + Y\,(Y-3) = 44$$

- Substituindo:

$$(12 - Y)(9 - Y) + Y\,(Y - 3) = 44$$

$$[108 - 9Y - 12Y + Y^2] + [Y^2 - 3Y] = 44$$

$$Y^2 - 12Y + 32 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (12)^2 - 4(1)(32) = 144 - 128 = 16$$

$$Y = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{12 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{12 \pm 4}{2} \rightarrow 8 \text{ ou } 4$$

$$\text{Se } x = 8.\, y = 4 \ \text{ e } \ \text{Se } x = 4, y = 8$$

O maior número de lados é 8. Assim, o perímetro é:

$$\text{Perímetro} = 8 \text{ x } 15 = 120 \text{ cm}$$

Resposta: A