

Colégio Militar de Juiz de Fora
Concurso de Admissão ao 1º do Ensino Médio – 2012/2013
Prova de Matemática – Prova 1

Prova

Resolvida

<http://estudareconquistar.wordpress.com/>

Prova:

<http://estudareconquistar.files.wordpress.com/2013/05/cmjf-prova-mat-112.pdf>

Gabarito Oficial:

<http://estudareconquistar.files.wordpress.com/2013/05/cmjf-gab-mat-112.pdf>

CMJF: <http://www.cmjf.ensino.eb.br/principal.php>

Maio 2013

Questão 1)

$$\frac{(2^3)^2 \cdot 2^{-9} - \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}{2,4\bar{3} - \sqrt{2,25} \cdot 3^{-2}}$$

$$\frac{2^6 \cdot \frac{1}{2^9} - \left(\frac{3}{2}\right)^2}{\frac{243 - 24}{90} - 1,5 \cdot \frac{1}{3^2}}$$

$$\frac{\frac{1}{2^3} - \frac{9}{4}}{\frac{219}{90} - \frac{1,5}{9}}$$

$$\frac{\frac{1}{8} - \frac{9}{4}}{\frac{219}{90} - \frac{15}{90}}$$

$$\frac{\frac{1 - 18}{8}}{\frac{204}{90}} = \frac{-17}{8} = \frac{-17}{8} \times \frac{90}{204} = \frac{-15}{16}$$

Resposta: A

Questão 2)

- Grupo Inicial:

$$\frac{2400}{X} = Y \quad (1)$$

$$XY = 2400 \quad (2)$$

X: Número de integrantes inicial

Y: Contribuição inicial

- Após as Desistências:

$$\frac{2400}{X - 10} = Y + 40$$

$$2400 = XY - 10Y + 40X - 400 \quad (3)$$

Substituindo a equação (2) na (3):

$$2400 = 2400 - 10Y + 40X - 400$$

$$40X - 10Y = 400 \quad (4)$$

Substituindo a equação (1) na (4):

$$40X - 10 \cdot \frac{2400}{X} = 400$$

$$40X^2 - 24000 = 400X$$

$$40X^2 - 24000 - 400X = 0 \rightarrow X^2 - 10X - 600 = 0$$

$$(X - 30)(X + 20) = 0$$

$$X_1 = 30 \text{ e } X_2 = 20$$

→ Como o número de integrantes deve ser um número natural, $X = 30$.

$$\frac{2400}{30} = Y \quad Y = 80$$

A) **FALSO**

Contribuição Inicial: R\$ 80,00

Contribuição Após Desistências: R\$ 120,00

$$\text{Acréscimo: } \frac{120}{80} = 1,5 \rightarrow \text{Acréscimo de 50\%}$$

B) **VERDADEIRO**

Grupo Inicial: 30

Grupo Final: 20

$$\frac{\text{Grupo Final}}{\text{Grupo Inicial}} = \frac{2}{3}$$

C) **FALSO**

Grupo Inicial: 30

D) **FALSO**

Contribuição Inicial: R\$ 80,00

Resposta: B

Questão 3)

1 Homem	1 Km	25 g de CO ₂
4 Homens	15 Km	X

$$\frac{25}{X} = \frac{1}{15} \times \frac{1}{4}$$

$$X = 25 \times 15 \times 4 = 1500 \text{ g de CO}_2$$

1 Carro	1 Km	95 g de CO ₂
1 Carro	15 Km	Y de CO ₂

$$\frac{95}{Y} = \frac{1}{15} \times \frac{1}{1}$$

$$Y = 95 \times 15 = 1425 \text{ de CO}_2$$

$$\text{Diferença} = 1500 - 1425 = 75 \text{ de CO}_2$$

Resposta: C

Questão 4)

$$\frac{3}{X} + \frac{1}{X-1} = \frac{4-3X}{X^2-X}$$

→ Os denominadores devem ser diferentes de zero para que haja solução:

$$X \neq 0$$

$$X - 1 \neq 0 \rightarrow X \neq 1$$

$$X^2 - X \rightarrow X \neq 0 \text{ e } X \neq 1$$

$$\frac{3(X-1) + X}{X(X-1)} = \frac{4-3X}{X(X-1)}$$

$$3(X-1) + X = 4 - 3X$$

$$7X = 7 \rightarrow X = 1$$

→ Devido a primeira condição, X não pode assumir o valor 1. O conjunto é vazio.

Resposta: D

Questão 5)

$$K = \sqrt{3} + \sqrt{7}$$

Elevando os dois lados da equação ao quadrado:

$$K^2 = (\sqrt{3} + \sqrt{7})^2$$

$$K^2 = 3 + 2\sqrt{21} + 7$$

$$K^2 - 10 = 2\sqrt{21} \rightarrow \sqrt{21} = \frac{K^2 - 10}{2}$$

Resposta: B

Questão 6)

O vértice da função é encontrado no ponto extremo da função, ou seja, no seu máximo ou mínimo.

$$(X_{\text{máx/min}}, Y_{\text{máx/min}}) = (2, -1)$$

$$X_{\text{máx/min}} = \frac{-b}{2a} \quad Y_{\text{máx/min}} = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-[b^2 - 4ac]}{4a} = \frac{-b^2 + 4ac}{4a}$$

- Cálculo de X:

$$X_{\text{máx/min}} = \frac{-b}{2a} = 2$$

$$4a = -b$$

- Cálculo de Y:

$$Y_{\text{máx/min}} = \frac{-b^2 + 4ac}{4a} = \frac{-b^2 - 20a}{4a} = -1$$

$$-b^2 - 20a = -4a \rightarrow b^2 = -16a$$

→ Substituindo o valor de a:

$$b^2 = -16\left(-\frac{b}{4}\right)$$

$$b^2 = 4b \rightarrow b^2 - 4b = 0 \rightarrow b(b - 4) = 0$$

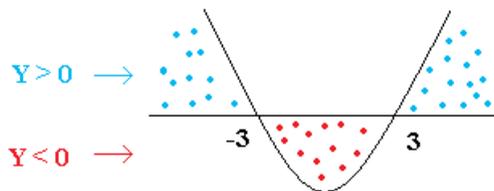
$$b = 0 \text{ ou } b = 4 \quad \text{e } a = 0 \text{ ou } a = -1$$

Resposta: C

Questão 7)

I) **FALSO**

$$x^2 \leq 9$$
$$x^2 - 9 \leq 0$$



$$-3 \leq X \leq 3$$

II) **VERDADEIRO**

$$a + b = 5$$
$$(a + b)^2 = 5^2$$
$$a^2 + 2ab + b^2 = 25$$
$$a^2 + 4 + b^2 = 25$$

$$a^2 + b^2 = 21$$

III) **VERDADEIRO**

$$\frac{y}{x} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} = \frac{1}{2^{1/3}} = 2^{-1/3}$$

$$\frac{\sqrt[3]{4}}{2} = \frac{4^{1/3}}{2} = \frac{(2^2)^{1/3}}{2} = \frac{2^{2/3}}{2} = 2^{\frac{2}{3}-1} = 2^{-1/3}$$

IV) **VERDADEIRO**

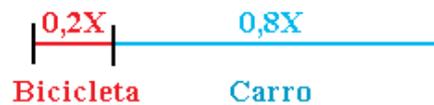
$$\sqrt{\frac{2^{28} + 2^{30}}{5}} = 2^{14}$$

$$\sqrt{\frac{2^{28}(1 + 2^2)}{5}} = 2^{14}$$

$$\sqrt{\frac{2^{28}(5)}{5}} = 2^{14} \rightarrow \sqrt{2^{28}} = 2^{14}$$

Resposta: D

Questão 8)



- Carro:

$$\text{Gasto} = 0,8X \cdot 0,3 = 0,24X$$

- Bicicleta:

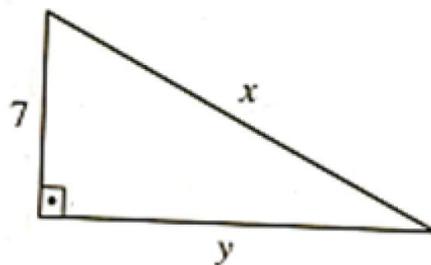
$$\text{Lucro} = 0,2X \cdot 0,7 = 0,14X$$

$$Y = \text{Lucro} - \text{Gasto}$$

$$Y = 0,14X - 0,24X = -0,1X$$

Resposta: A

Questão 9)



$$x^2 = y^2 + 7^2$$

$$x^2 - y^2 = 7^2$$

$$(x + y) \cdot (x - y) = 49$$

O número 49 pode ser decomposto no produto de dois fatores da seguinte forma:

$$1 \times 49 = 49 \text{ ou } 7 \times 7 = 49$$

$$x + y = 49 \text{ e } x - y = 1 \rightarrow x = 25 \text{ e } y = 24$$

$$x + y = 7 \text{ e } x - y = 7 \rightarrow x = 7 \text{ e } y = 0$$

Como o lado y deve ser um número maior que zero, temos que $x = 25$ e $y = 24$.

$$\sqrt{x} - \sqrt{y} = \sqrt{25} - \sqrt{24} = 5 - 2\sqrt{6}$$

Resposta: D

Questão 10)

I) VERDADEIRO

$$z (\text{gasto}) = 2700x + 1900y$$

$$z (\text{gasto}) = 100 [27x + 19y]$$

II) FALSO

$$\text{Calça Jeans} = \frac{\text{Sapato}}{5}$$

$$1900 = \frac{8000}{5}$$

$$1900 = 1600$$

III) VERDADEIRO

$$x (\text{calças}) + y (\text{camisetas}) < \text{Sapatos}$$

$$1900x + 2700y < 8000$$

(1,2)

$$1900 \cdot 1 + 2700 \cdot 2 < 8000$$

$$1900 + 5400 < 8000$$

$$7300 < 8000$$

(2,1)

$$1900 \cdot 2 + 2700 \cdot 1 < 8000$$

$$3800 + 2700 < 8000$$

$$6500 < 8000$$

IV) VERDADEIRO

$$\text{TV} + 5\% \text{ da TV} = \text{Computador}$$

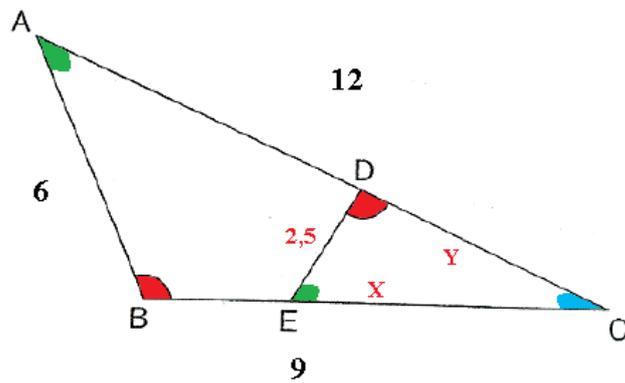
$$30000 + \frac{5}{100} \cdot 30000 = 31500$$

$$30000 + 1500 = 31500$$

$$31500 = 31500$$

Resposta: B

Questão 11)



- Lados opostos ao ângulo vermelho (12 e X) e ao ângulo azul (6 e 2,5):

$$\frac{12}{X} = \frac{6}{2,5} \rightarrow X = 5$$

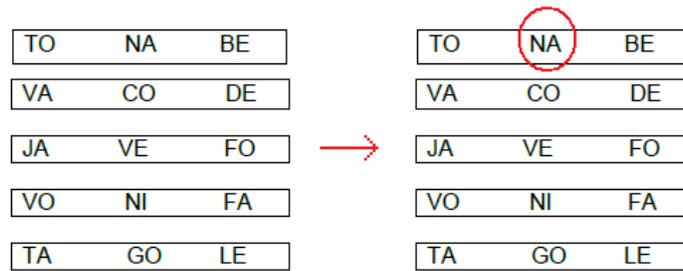
- Lados opostos ao ângulo vermelho (12 e X) e ao ângulo verde (9 e Y):

$$\frac{12}{X} = \frac{9}{Y} \rightarrow \frac{12}{5} = \frac{9}{Y} \rightarrow Y = 3,75$$

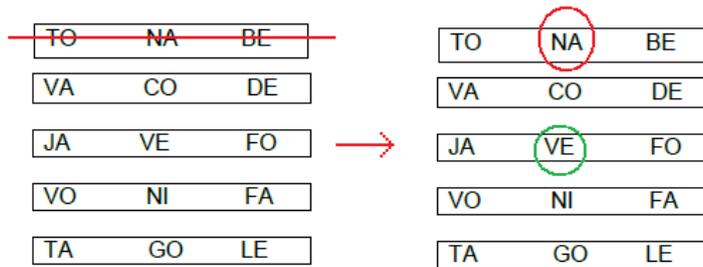
$$\text{Perímetro } \triangle EDC = 2,5 + 5 + 3,75 = 11,25 \text{ cm}$$

Resposta: A

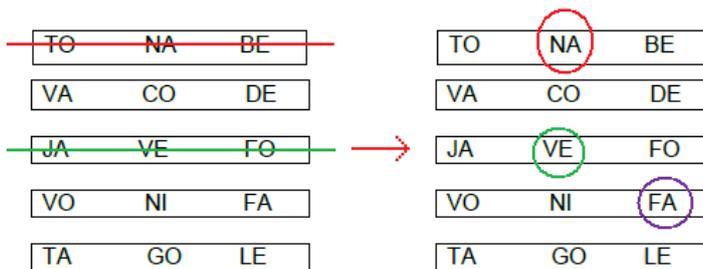
Questão 13)



1º Passo: 15 Sílabas disponíveis como opção de escolha



2º Passo: 12 Sílabas disponíveis como opção de escolha



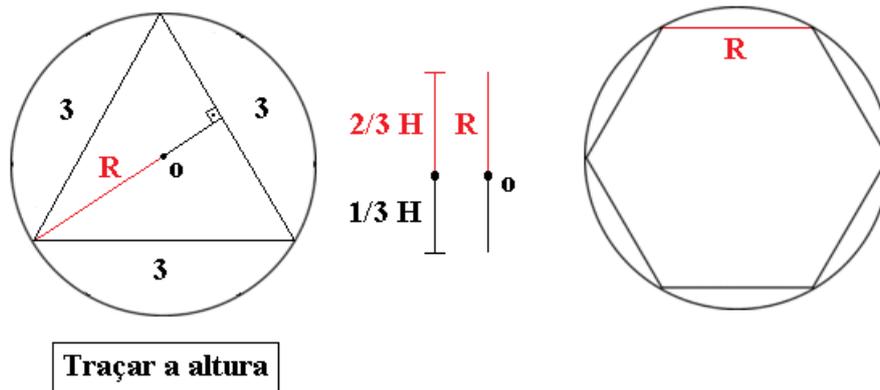
Senha Formada

3º Passo: 9 Sílabas disponíveis como opção de escolha

$$\text{Possibilidades} = 15 \times 12 \times 9 = 1620$$

Resposta: A

Questão 14)



- No triângulo equilátero:

$$H = \frac{1\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$$
$$R = \frac{2}{3}H \rightarrow R = \frac{2}{3} \times \frac{3\sqrt{3}}{2} \rightarrow R = \sqrt{3} \text{ cm}$$

- No hexágono:

$$l_6 = R = \sqrt{3} \text{ cm}$$

- Na circunferência:

$$\text{Diâmetro (D)} = 2R = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\text{Soma} = l_6 + D = \sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3} \text{ cm}$$

Resposta: D

Questão 15)

I)

$$x^2 + 9 = 0$$

$$x^2 = -9$$

x não é real

II)

$$x^2 - 5 = 0$$

$$x^2 = 5$$

$$x = \sqrt{5}$$

x é irracional

III)

$$0,3x = 0,2$$

$$x = \frac{0,2}{0,3} = \frac{2}{3}$$

x é racional

Resposta: B

Questão 16)

$$\frac{1}{2 - \sqrt{2}} - \frac{1}{2 + \sqrt{2}} - 1$$

$$\frac{2 + \sqrt{2}}{4 - 2} - \frac{2 - \sqrt{2}}{4 - 2} - 1$$

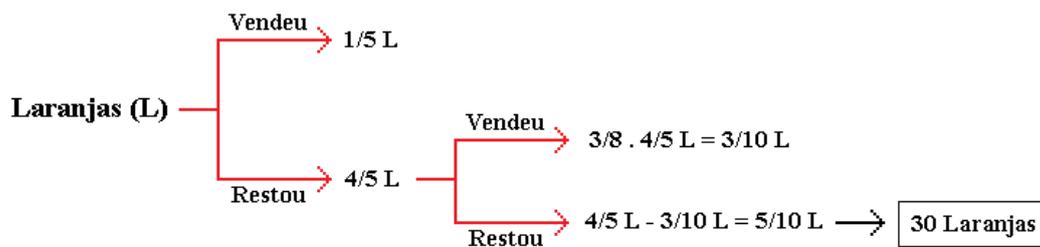
$$\frac{2 + \sqrt{2} - 2 + \sqrt{2}}{4 - 2} - 1$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{2} - 1$$

$$\sqrt{2} - 1$$

Resposta: C

Questão 17)

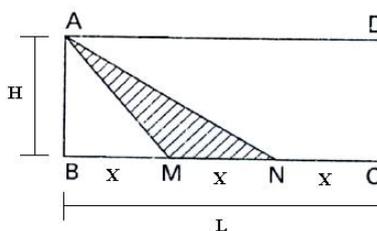


$$\frac{5}{10}L = 30 \rightarrow L = 60 \text{ Laranjas}$$

Resposta: A

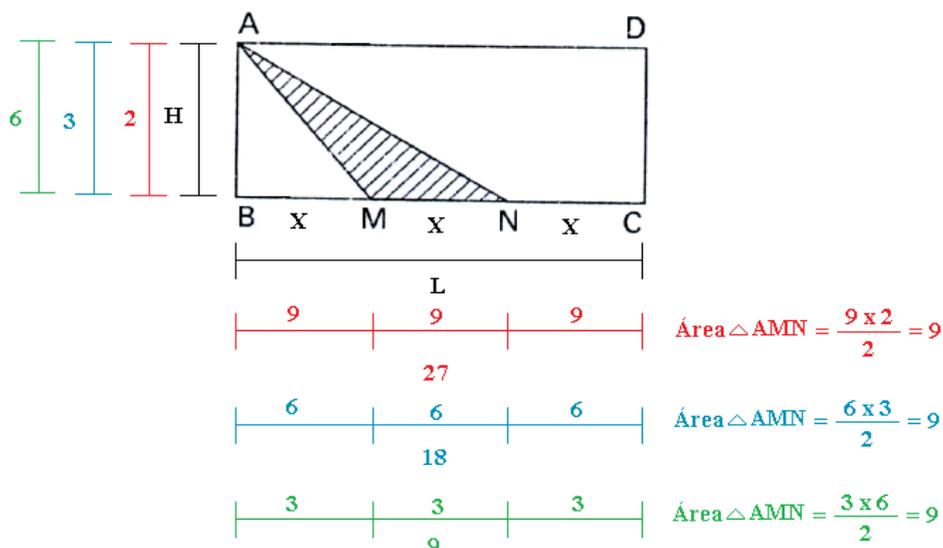
Questão 18)

O número 54 pode ser decomposto no produto de dois números (H x L) das seguintes formas:



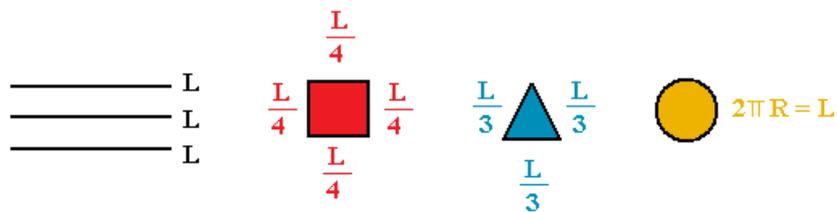
54	2
27	3
9	3
3	3
1	$54 = 2 \times 3^3$

L	H	Área = 54 cm ²
27	2	$27 \times 2 = 54$
18	3	$18 \times 3 = 54$
9	6	$9 \times 6 = 54$



Resposta: C

Questão 19)



$$Q = \left(\frac{L}{4}\right)^2 = \frac{L^2}{16}$$

$$T = \frac{13^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{\left(\frac{L}{3}\right)^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{L^2 \sqrt{3}}{36}$$

$$C = \pi R^2 = \pi \left(\frac{L}{2\pi}\right)^2 = \frac{L^2 \pi}{4\pi^2} = \frac{L^2}{4\pi} = \frac{L^2}{12,4}$$

$$T < Q < C$$

Resposta: D

Questão 20)

$$\frac{\left[1 - \left(\frac{x}{y}\right)^{-2}\right] \cdot x^2}{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 + 2\sqrt{xy}}$$

$$\frac{\left[1 - \left(\frac{y}{x}\right)^2\right] \cdot x^2}{(x - 2\sqrt{xy} + y) + 2\sqrt{xy}}$$

$$\frac{\left[1 - \frac{y^2}{x^2}\right] \cdot x^2}{x + y}$$

$$\frac{\left[\frac{x^2 - y^2}{x^2}\right] \cdot x^2}{x + y}$$

$$\frac{x^2 - y^2}{x + y} = \frac{(x - y)(x + y)}{x + y} = x - y$$

Resposta: B