

Colégio Militar de Porto Alegre
Concurso de Admissão ao 1º Ano – Ensino Médio – 2012/2013
Prova de Matemática

Prova

Resolvida

<http://estudareconquistar.wordpress.com/>

Prova:

<http://estudareconquistar.files.wordpress.com/2013/06/cmpa-prova-mat-112.pdf>

Gabarito Oficial:

<http://estudareconquistar.files.wordpress.com/2013/06/cmpa-gab-mat-112.pdf>

CMPA: <http://www.cmpa.tcche.br/index.php/74-colegio/concurso>

Questão 1)

$$\left[\frac{125^2 - 25^2}{125^2 + 25^2 + 2(125)(25)} \right]$$

$$\left[\frac{(125 - 25)(125 + 25)}{(125 + 25)^2} \right]$$

$$\left[\frac{(100)(150)}{(150)^2} \right]$$

$$\left[\frac{100}{150} \right] \rightarrow \frac{10}{15} \rightarrow \frac{2}{3}$$

Resposta: C

Questão 2)

$$\sqrt[a]{\frac{16(a+2) - 4(2a+2)}{240}}$$

$$\sqrt[a]{\frac{2^4(a+2) - 2^2(2a+2)}{2^4 \cdot 3 \cdot 5}}$$

$$\sqrt[a]{\frac{2^{4a+8} - 2^{4a+4}}{2^4 \cdot 3 \cdot 5}}$$

$$\sqrt[a]{\frac{2^{4a} \cdot 2^8 - 2^{4a} \cdot 2^4}{2^4 \cdot 3 \cdot 5}}$$

$$\sqrt[a]{\frac{2^{4a} \cdot 2^4 [2^4 - 1]}{2^4 \cdot 3 \cdot 5}}$$

$$\sqrt[a]{\frac{2^{4a} \cdot 2^4 \cdot 15}{2^4 \cdot 3 \cdot 5}}$$

$$\sqrt[a]{2^{4a}} \rightarrow 2^4 \rightarrow 16$$

Resposta: D

Questão 3)

$$\text{Comprimento de um Arco} = \frac{2\pi R\theta}{360^\circ}$$

$$\text{Comprimento do Arco (I)} = \frac{2\pi R_1 100}{360^\circ}$$

$$\text{Comprimento do Arco (II)} = \frac{2\pi R_2 60}{360^\circ}$$

$$\text{Comprimento do Arco (I)} = \text{Comprimento do Arco (II)}$$

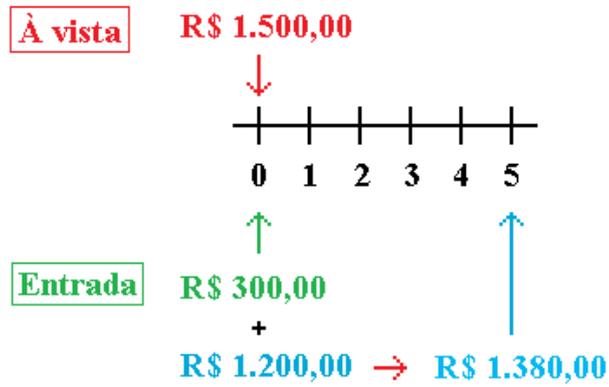
$$\frac{2\pi R_1 100}{360^\circ} = \frac{2\pi R_2 60}{360^\circ}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{60}{100} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{\text{Área (I)}}{\text{Área (II)}} = \frac{\pi R_1^2}{\pi R_2^2} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

Resposta: B

Questão 4)



$$\text{Entrada} = \frac{20}{100} \times 1500 = \text{R\$ } 300,00$$

O pagamento de R\$ 1.380,00 refere-se à quantia de R\$ 1.200,00 (que faltou para completar o preço de R\$ 1.500,00) com os juros referentes aos cinco meses que se passaram até o pagamento.

$$\text{Juros} = \text{Capital} \cdot \text{Tempo} \cdot \text{Taxa}$$

$$1380 - 1200 = 1200 \cdot 5 \cdot i$$

$$6000i = 180$$

$$i = \frac{180}{6000} = 0,03 \rightarrow 3\% \text{ ao mês}$$

Resposta: C

Questão 5)

Informações:

- Volume Inicial: 600L
- Índice Inicial: 12%
- Índice Final: 18%

$$\text{Índice de Salinidade} = \frac{\text{Quantidade de Sal}}{\text{Volume}}$$

$$\text{Índice de salinidade inicial} = \frac{\text{Quantidade de Sal}}{\text{Volume Inicial}} \rightarrow \frac{12}{100} = \frac{\text{Quantidade de Sal}}{600} \rightarrow \text{Quantidade de Sal} = 72$$

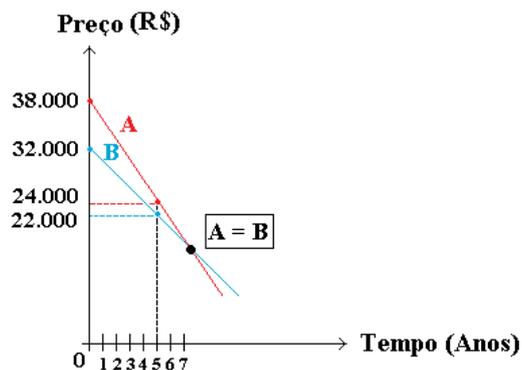
→ A quantidade de sal não se altera, pois somente a água evapora:

$$\text{Índice de salinidade final} = \frac{\text{Quantidade de Sal}}{\text{Volume Final}} \rightarrow \frac{18}{100} = \frac{72}{\text{Volume Final}} \rightarrow \text{Volume Final} = 400\text{L}$$

$$\text{Evaporou} = \text{Volume Inicial} - \text{Volume Final} = 600 - 400 = 200\text{L}$$

Resposta: A

Questão 6)



- Equação que representa o preço do modelo A:

$$y_A = ax_A + b$$

Pontos Presentes na reta do modelo A $\rightarrow (0; 38.000)$ e $(5; 24.000)$

- $(0; 38.000)$

$$38000 = b$$

- $(5; 24.000)$

$$24000 = 5a + b \rightarrow 5a = 24000 - 38000 \rightarrow a = -2800$$

$$y_A = -2800x_A + 38000$$

- Equação que representa o preço do modelo B:

$$y_B = ax_B + b$$

Pontos Presentes na reta do modelo B $\rightarrow (0; 32.000)$ e $(5; 22.000)$

- $(0; 32.000)$

$$32000 = b$$

- $(5; 22.000)$

$$22000 = 5a + b \rightarrow 5a = 22000 - 32000 \rightarrow a = -2000$$

$$y_B = -2000x_B + 32000$$

- O modelo B valerá o mesmo que o modelo A em um momento x, tal que:

$$y_B = y_A$$

$$-2000x + 32000 = -2800x + 38000$$

$$2800x - 2000x = 38000 - 32000$$

$$800x = 6000$$

$$x = 7,5 \text{ anos}$$

Resposta: E

Questão 7)

Informações:

- Questões corretas: X
- Questões incorretas: Y
- Questões não respondidas: Z

$$\text{Pontuação} \rightarrow 7x - 2y = 87$$

$$\text{Total de Questões} \rightarrow x + y + z = 20$$

$$7x = 87 + 2y$$

→ Observa-se que o primeiro termo (7x) deve ser maior que 87, assim:

X	7x	7x > 87 ?	Y	Z
12	84	Não	-	-
13	91	Sim	2	5
14	98	Sim	5,5	
15	105	Sim	9	-4

→ A única possibilidade que obedece às condições dadas pelo problema é:

13 questões corretas, 2 questões incorretas e **5 questões não respondidas**

Resposta: A

Questão 8)

Código: _ _ _

↓ Possibilidades

$$\frac{(A \text{ a } Z)}{26} \quad \frac{(A \text{ a } Z)}{26} \quad \frac{(A \text{ a } Z)}{26}$$

- Fixando a primeira letra:

Quantidade de códigos possíveis que iniciam com a letra A: 1 (letra A) x 26 x 26 = 676

Quantidade de códigos possíveis que iniciam com a letra B: 1 (letra B) x 26 x 26 = 676

Quantidade de códigos possíveis que iniciam com a letra C: 1 (letra C) x 26 x 26 = 676

Total = 676 + 676 + 676 = 2028

→ Até o momento, formamos 2028 códigos possíveis. Faltam 32 códigos para catalogar o total de livros, assim:

Quantidade de códigos que iniciam com DA: 1 (letra D) x 1 (letra A) x 26 = 26

→ São necessários agora, seis códigos para que totalizem os 2060 necessários para cobrir todos os livros:

- D B A
- D B B
- D B C
- D B D
- D B E
- D B F**

Resposta: D

Questão 9)



$$\begin{array}{l} 390 \text{ alunos} \rightarrow 360^\circ \\ 104 \quad \quad \rightarrow X \end{array}$$

$$X = \frac{360 \times 104}{390} = 96^\circ$$

Resposta: A

Questão 10)

$$\text{Contribuição} = \frac{\text{Despesas}}{\text{Alunos}}$$

$$\text{R\$ } 135,00 = \frac{\text{Despesas}}{\text{Alunos}}$$

$$\text{Despesas} = 135 \cdot \text{Alunos}$$

- Após a saída de sete alunos:

$$\text{R\$ } 135,00 + \text{R\$ } 27,00 = \frac{\text{Despesas}}{\text{Alunos} - 7}$$

$$(162)(\text{Alunos} - 7) = \text{Despesas}$$

$$(162)(\text{Alunos} - 7) = 135 \cdot \text{Alunos}$$

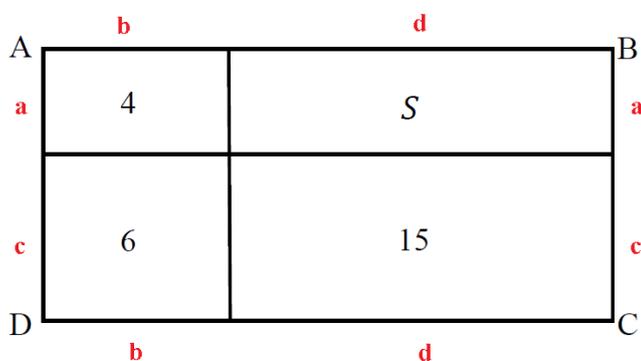
$$162 \cdot \text{Alunos} - 1134 = 135 \cdot \text{Alunos}$$

$$27 \cdot \text{Alunos} = 1134 \rightarrow \text{Alunos} = 42$$

$$\text{Despesas} = 135 \times 42 = \text{R\$ } 5.670,00$$

Resposta: E

Questão 11)



$$ab = 4 \rightarrow a = \frac{4}{b}$$

$$bc = 6$$

$$cd = 15 \rightarrow d = \frac{15}{c}$$

$$ad = S \rightarrow \frac{4}{b} \frac{15}{c} = S \rightarrow \frac{60}{bc} = S \rightarrow \frac{60}{6} = S = 10$$

$$\text{Relação entre as áreas} = \frac{S}{4 + 6 + 15 + S} = \frac{10}{35} = \frac{2}{7}$$

Resposta: B

Questão 12)

8	4	3	7	8	6	3	3	3	8	2
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

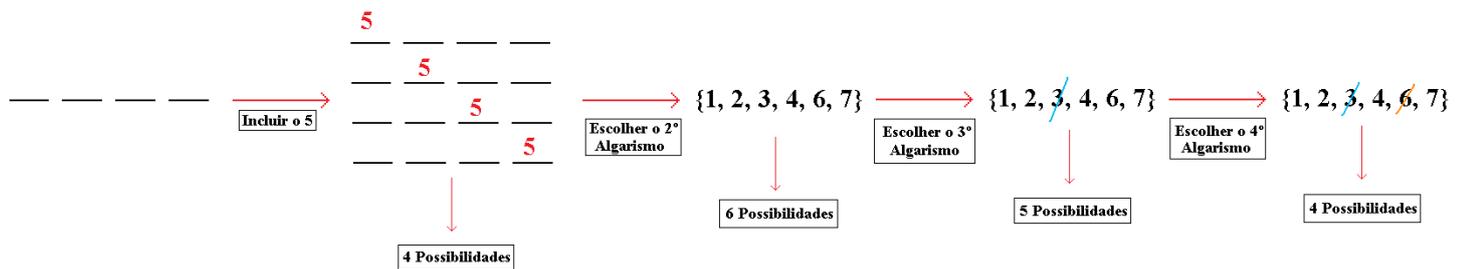
→ Colocando em ordem numérica:

2	3	3	3	3	4	6	7	8	8	8
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Mediana: 4 minutos

Resposta: D

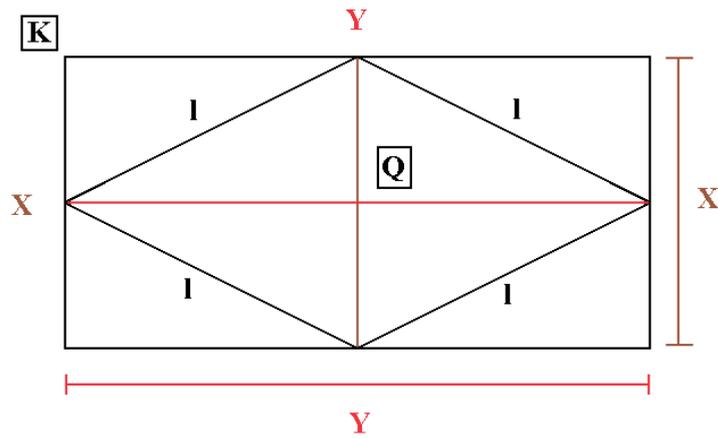
Questão 13)



TOTAL → $4 \times 6 \times 5 \times 4 = 480$ Números

Resposta: D

Questão 14)



$$\text{Perímetro} \rightarrow 2X + 2Y = 16$$

$$Y = 8 - X$$

$$\text{Área Q (Área Losango)} = \frac{X \cdot Y}{2} \rightarrow \frac{X(8 - X)}{2} \rightarrow -\frac{X^2}{2} + 4X$$

→ Para que a área Q seja máxima, X deve ser:

$$X = -\frac{b}{2a} = \frac{-4}{-1} = 4$$

$$X = 4, \quad Y = 4$$

→ Lado do losango Q:

$$l^2 = \left(\frac{X}{2}\right)^2 + \left(\frac{Y}{2}\right)^2$$

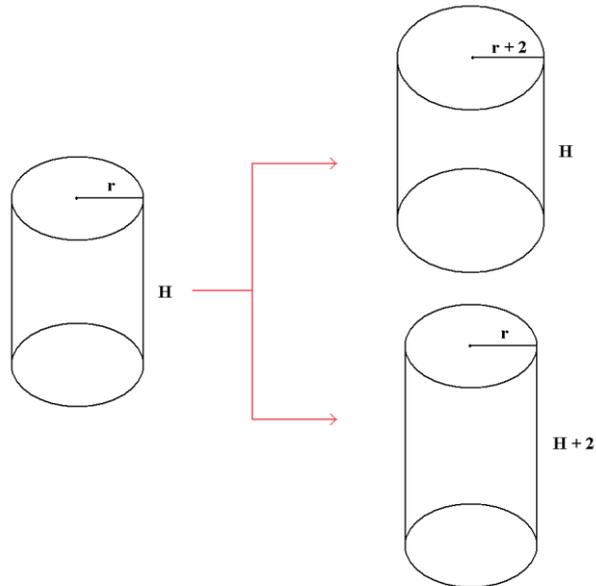
$$l^2 = \left(\frac{4}{2}\right)^2 + \left(\frac{4}{2}\right)^2$$

$$l^2 = 4 + 4$$

$$l = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

Resposta: B

Questão 15)



$$\text{Volume Inicial (V)} = \pi r^2 H$$

$$r = 1$$

$$\text{Volume (V}_1) = \pi(r + 2)^2 H = V + y$$

$$\text{Volume (V}_2) = \pi r^2 (H + 2) = V + y$$

$$\text{Volume (V}_1) = \text{Volume (V}_2)$$

$$\pi(r + 2)^2 H = \pi r^2 (H + 2)$$

$$\pi(3)^2 H = \pi 1^2 (H + 2)$$

$$9H = (H + 2)$$

$$H = \frac{1}{4}$$

- Cálculo de y:

$$y = V_1 - V$$

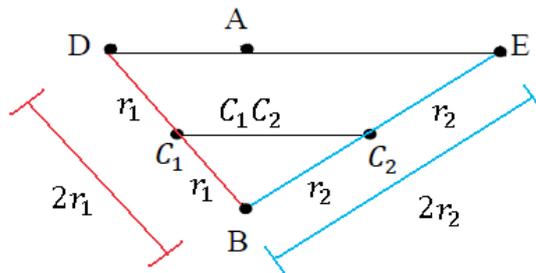
$$y = \pi(r + 2)^2 H - \pi r^2 H$$

$$Y = \frac{\pi(3)^2}{4} - \frac{\pi}{4}$$

$$Y = \frac{9\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = \frac{8\pi}{4} = 2\pi$$

Resposta: C

Questão 16)



$$\frac{\overline{BC_1}}{\overline{C_1D}} = \frac{\overline{BC_2}}{\overline{C_2E}} = \frac{\overline{C_1C_2}}{\overline{DE}}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{\overline{C_1C_2}}{\overline{DE}}$$

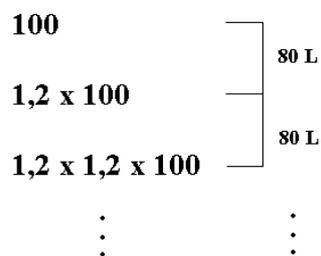
$$\overline{DE} = 2\overline{C_1C_2}$$

Resposta: A

Questão 17)

- Aumentar em 20% significa multiplicar o valor inicial por 1,2:

$$X + \frac{20}{100}X = \frac{120}{100}X = 1,2X$$



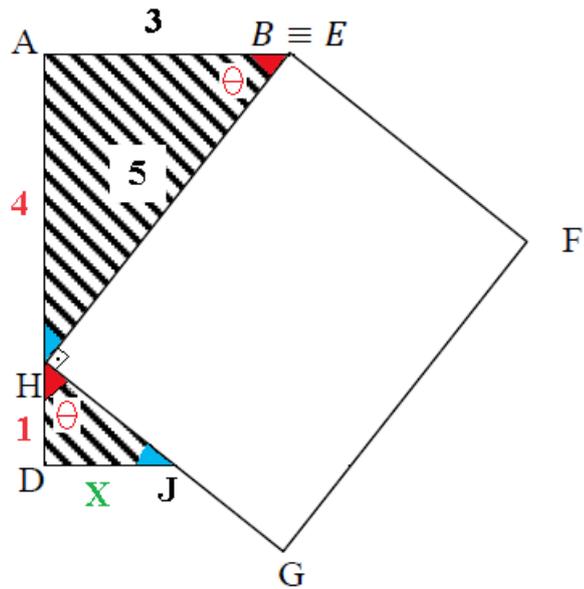
A cada 80L, a velocidade de 100 km/h é multiplicada por 1,2. Assim:

$$\frac{2000}{80} = 25$$

$$\text{Velocidade Final} = 100 \cdot (1,2)^{25}$$

Resposta: B

Questão 18)



$$\begin{aligned}\operatorname{tg}\theta &= \frac{4}{3} = \frac{X}{1} \\ X &= \frac{4}{3}\end{aligned}$$

- Áreas hachuradas ($\Delta ABH + \Delta HDJ$):

$$\text{Área } \Delta ABH = \frac{4 \times 3}{2} = 6$$

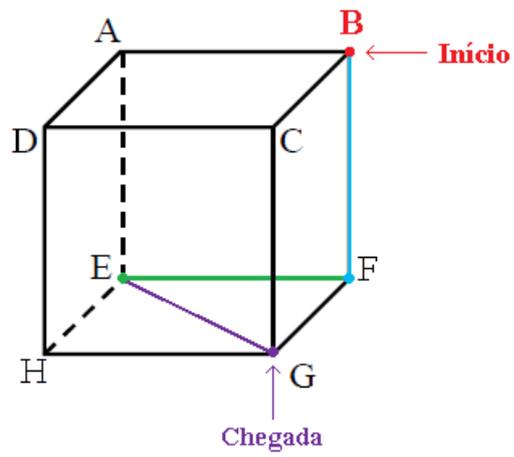
$$\text{Área } \Delta HDJ = \frac{1 \times \frac{4}{3}}{2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\text{Área Total da Folha} = 3 \times 5 = 15$$

$$\frac{\text{Área Hachurada}}{\text{Área Total}} = \frac{6 + \frac{2}{3}}{15} = \frac{\frac{20}{3}}{15} = \frac{20}{45} = 0,444 \dots \rightarrow 44,44\%$$

Resposta: E

Questão 19)



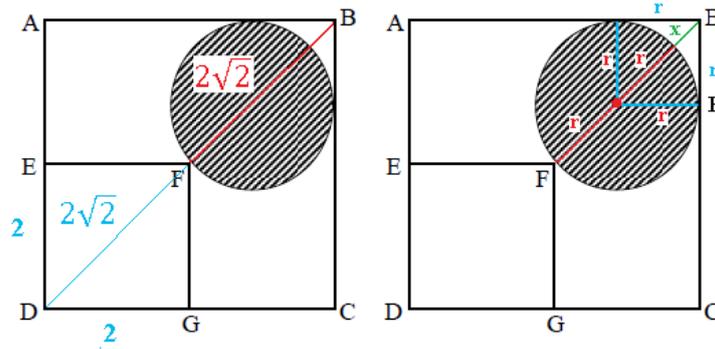
Aresta Reversa ao Segmento $\overline{CD} \rightarrow \overline{BF}$

Aresta Perpendicular à Face BCGF $\rightarrow \overline{FE}$

Diagonal da Face EFGH $\rightarrow \overline{EG}$

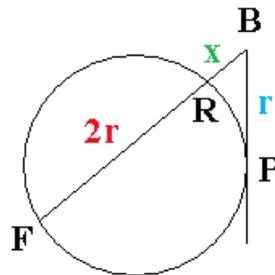
Resposta: C

Questão 20)



$$x + 2r = 2\sqrt{2}$$

$$x = 2\sqrt{2} - 2r$$



$$\overline{BP}^2 = \overline{BF} \times \overline{BR}$$

$$r^2 = (2r + x) \times x$$

- Substituindo o valor de x:

$$r^2 = (2r + 2\sqrt{2} - 2r)(2\sqrt{2} - 2r)$$

$$r^2 = (2\sqrt{2})(2\sqrt{2} - 2r)$$

$$r^2 = 8 - 4\sqrt{2}r$$

$$r^2 + 4\sqrt{2}r - 8 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (4\sqrt{2})^2 - 4(1)(-8) \rightarrow 32 + 32 = 64$$

$$r = \frac{-b \pm \sqrt{64}}{2a} = \frac{-4\sqrt{2} + 8}{2}$$

$$r = 4 - 2\sqrt{2}$$

$$\text{Área Hachurada} = \pi r^2 = \pi(4 - 2\sqrt{2})^2 = \pi(16 - 16\sqrt{2} + 8) = \pi(24 - 16\sqrt{2}) = 8\pi(3 - 2\sqrt{2}) \text{ cm}^2$$

Resposta: D

Questão 21)

$$\text{Volume} = (x - 4) \cdot (x - 3) \cdot 15 = 30 \text{ cm}^3$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (7)^2 - 4(1)(10) \rightarrow 49 - 40 = 10$$

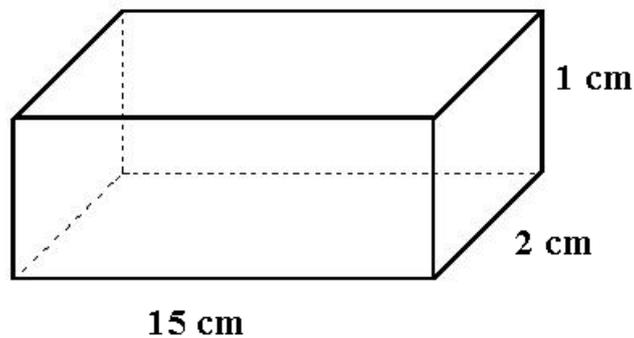
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7 \pm 3}{2} \rightarrow x_1 = 5 \text{ e } x_2 = 2$$

- Dimensões:

$$(x - 4) = 5 - 4 = 1 \text{ cm}$$

$$(x - 3) = 5 - 3 = 2 \text{ cm}$$

$$15 \text{ cm}$$



$$\text{Área Face}_1 = 1 \times 2 = 2 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área Face}_2 = 15 \times 1 = 15 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área Face}_3 = 15 \times 2 = 30 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área Total} = 2 \text{ Face}_1 + 2 \text{ Face}_2 + 2 \text{ Face}_3 = 4 + 30 + 60 = 94 \text{ cm}^2$$

Resposta: E

Questão 23)Informações:

- Trecho₁ (S₁): 100 km
- Trecho₂ (S₂): 120 km
- Trecho₃ (S₃): 200 km

$$t_1 = \frac{S_1}{v_1}; \quad t_2 = \frac{S_2}{v_2}; \quad t_3 = \frac{S_3}{v_3}$$

v_1 (km/h)	v_2 (km/h)	v_3 (km/h)	t_1 (h)	t_2 (h)	t_3 (h)	t_{total} (h)
80	90	100	1,25	1,33	2	4,58
80	100	90	1,25	1,2	2,2	4,65
90	80	100	1,1	1,5	2	4,60
90	100	80	1,1	1,2	2,5	4,80
100	80	90	1	1,5	2,2	4,70
100	90	80	1	1,33	2,5	4,83

$$4,58 < t_{total} < 4,83$$

Resposta: B

Questão 24)

Informações:

- 1 Professor: $\frac{1 \text{ Prova}}{5 \text{ Horas}}$

- 1 Professor + 1 Estagiário: $\frac{1 \text{ Prova}}{2 \text{ Horas}}$

- 150 minutos: 2,5 h

→ Tempo que o professor trabalhou sozinho: t

→ Tempo que o professor e o estagiário trabalharam juntos: 2,5 - t

$$\frac{1 \text{ Prova}}{5 \text{ horas}} \times t + \frac{1 \text{ Prova}}{2 \text{ Horas}} \times (2,5 - t) = 1 \text{ Prova}$$

$$\frac{1 \text{ Prova}}{5} \times t + \frac{2,5 \text{ Prova}}{2} - \frac{1 \text{ Prova}}{2} \times t = 1 \text{ Prova}$$

$$\frac{1 \text{ Prova}}{5} \times t - \frac{1 \text{ Prova}}{2} \times t = 1 \text{ Prova} - \frac{2,5 \text{ Prova}}{2}$$

$$\frac{2 \text{ Prova} - 5 \text{ Prova}}{10} \times t = \frac{2 \text{ Prova} - 2,5 \text{ Prova}}{2}$$

$$\frac{3 \text{ Prova}}{10} \times t = \frac{0,5 \text{ Prova}}{2}$$

$$t = \frac{10 \times 0,5}{3 \times 2} = \frac{5}{6} \text{ h}$$

$$\frac{5}{6} \text{ h} \times \frac{60 \text{ minutos}}{\text{h}} = 50 \text{ minutos}$$

Resposta: C