MINISTÉRIO DA DEFESA
EXÉRCITO BRASILEIRO
DEP DEPA
COLÉGIO MILITAR DO RECIFE

PROVA DE MATEMÁTICA

1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

23 DE OUTUBRO DE 2004

CONCURSO DE ADMISSÃO AO
COLÉGIO MILITAR DO RECIFE – 04/05

PROVA DE MATEMÁTICA
1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

ITEM 01. Um pai tem hoje 54 anos e seus 4 filhos têm juntos, 39 anos. A idade do pai será igual à soma das idades de seus filhos daqui a:

A. ( ) 8 anos B. (**X**) 5 anos C. ( ) 12 anos D. ( ) 10 anos E. ( ) 20 anos

SOLUÇÃO:

$54 + x = 39 + 4x$

$4x - x = 54 - 39$

$3x = 15$

$x = 5$

ITEM 02. O valor da expressão $\dfrac{k+3}{k} \cdot \dfrac{k^3 - 6k^2 + 9k}{k^2 - 9}$, para k igual a 103, é:

A. ( ) 103 B. ( ) 97 C. ( ) 98 D. ( ) 99 E. (**X**) 100

SOLUÇÃO:

$$\frac{1\cdot(k+3)}{k}\cdot\frac{k\cdot(k^2-6k+9)}{(k+3)\cdot(k-3)} = \frac{1\cdot(k+3)}{k}\cdot\frac{k\cdot(k-3)\cdot(k-3)}{(k+3)\cdot(k-3)} = k-3$$

Fazendo k = 103, temos: 103 – 3 = 100

ITEM 03. O produto $157 \cdot \dfrac{1}{2+\dfrac{1}{3+\dfrac{1}{4+\dfrac{1}{5}}}}$ é:

A. ( ) 157 B. ( ) 89 C. ( ) 86 D. (**X**) 68 E. ( ) 98

SOLUÇÃO:

$$157\cdot\frac{1}{2+\dfrac{1}{3+\dfrac{1}{4+\dfrac{1}{5}}}} = 157\cdot\frac{1}{2+\dfrac{1}{3+\dfrac{1}{\dfrac{20+1}{5}}}} = 157\cdot\frac{1}{2+\dfrac{1}{3+\dfrac{1}{\dfrac{21}{5}}}} = 157\cdot\frac{1}{2+\dfrac{1}{3+\dfrac{5}{21}}} = 157\cdot\frac{1}{2+\dfrac{1}{\dfrac{63+5}{21}}}$$

$$= 157\cdot\frac{1}{2+\dfrac{1}{\dfrac{68}{21}}} = 157\cdot\frac{1}{2+\dfrac{21}{68}} = 157\cdot\frac{1}{\dfrac{157}{68}} = 157\cdot\frac{68}{157} = 68$$

CONCURSO DE ADMISSÃO AO COLÉGIO MILITAR DO RECIFE – 04/05

PROVA DE MATEMÁTICA 1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

ITEM 04. Se um subconjunto A dos números naturais possui "N" elementos, então o conjunto P(A), das partes de A, possui 2^N elementos. Considerando o mesmo conjunto A, temos que o número de elementos do conjunto das partes de P(A) é:

A. (   ) 2^N

B. (**X**) 2^{2^N}

C. (   ) 4^N

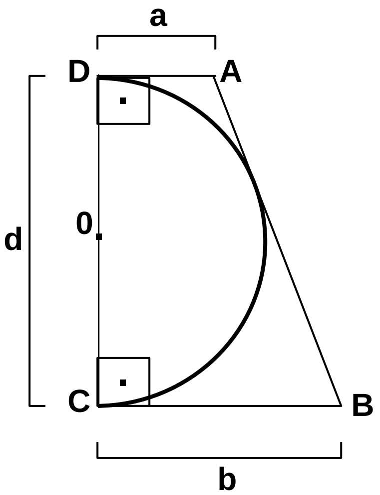
D. (   ) 8^N

E. (   ) 16^N

SOLUÇÃO:

2^{2^N}

ITEM 05. Na figura abaixo, o lado $\overline{AB}$ do trapézio ABCD tangencia a semi-circunferência de centro "O". Então o valor de "d", em função de "a" e "b", é:



A. (**X**) $2\sqrt{ab}$

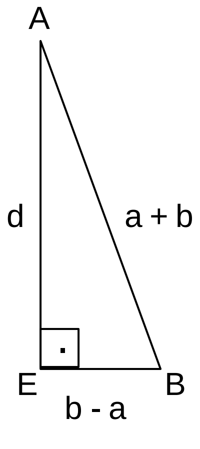
B. (   ) $\sqrt{2ab}$

C. (   ) $\sqrt{b+a}$

D. (   ) $2a\sqrt{a+b}$

E. (   ) $2\sqrt{ab+2a}$

SOLUÇÃO:



$d^2 + (b-a)^2 = (b+a)^2$

$d^2 + b^2 - 2ab + a^2 = b^2 + 2ab + a^2$

$d^2 - 2ab = 2ab$

$d^2 = 4ab$

$d = \sqrt{4ab}$

$d = 2\sqrt{ab}$

CONCURSO DE ADMISSÃO AO COLÉGIO MILITAR DO RECIFE – 04/05

PROVA DE MATEMÁTICA
1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

<u>ITEM 06.</u> Calcule, em cm, o raio da circunferência de centro "O", sabendo que $\overline{PA} = 6$ cm e $\overline{PB} = 12$ cm.

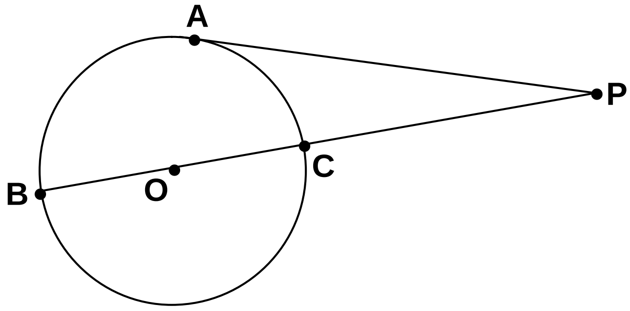
A. (**X**) 4,5

B. ( ) 4,2

C. ( ) 4,0

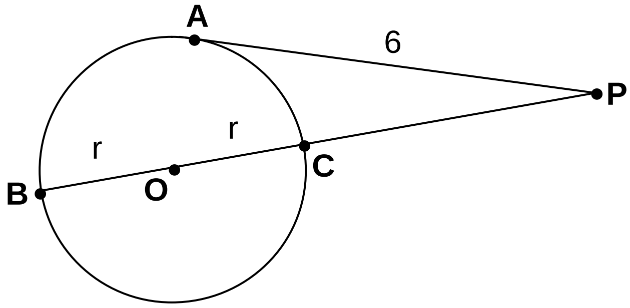
D. ( ) 3,8

E. ( ) 3,6



<u>SOLUÇÃO:</u>

$\overline{PA}^2 = \overline{PB} \cdot \overline{PC}$
36 = 12 . (12 – 2r)
12 – 2r = 3
2r = 12 – 3
2r = 9
r = 4,5



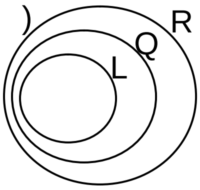
<u>ITEM 07.</u> Sejam R: O conjunto dos retângulos

Q: O conjunto dos quadrados

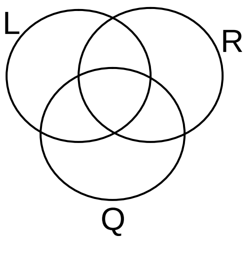
L: O conjunto dos losangos

A figura que melhor representa as relações entre eles é:

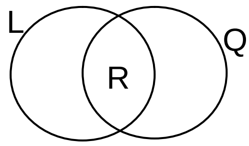
A. ( )



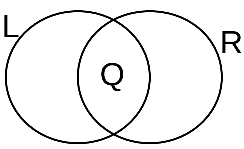
B. ( )



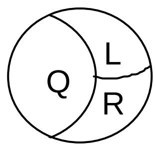
C. ( )



D. (**X**)



E. ( )



<u>SOLUÇÃO:</u>
Resposta: letra D.

CONCURSO DE ADMISSÃO AO COLÉGIO MILITAR DO RECIFE – 04/05

PROVA DE MATEMÁTICA 1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

ITEM 08. Um mergulhador quer resgatar a caixa preta de um avião que caiu em um rio da Amazônia. Sabendo que a distância horizontal do bote de resgate ao local onde está a caixa preta é de 5 m e que a trajetória do mergulhador é descrita pela função f(x) = $-x^2 + \frac{x}{2} + 3$, onde x representa a distância horizontal do bote de resgate ao local no qual se encontra o mergulhador, conclui-se que, para resgatar a caixa preta, a profundidade que o mergulhador terá que alcançar é:

A. (   ) 20,5 metros

B. (   ) 20 metros

C. (**X**) 19,5 metros

D. (   ) 19 metros

E. (   ) 18,5 metros

SOLUÇÃO:

$f(5) = -5^2 + \frac{5}{2} + 3 \Rightarrow f(5) = -25 + 2{,}5 + 3 \Rightarrow f(5) = -19{,}5$, ou seja, a profundidade que o mergulhador terá de alcançar é 19,5 m.

ITEM 09. O perímetro do triângulo abaixo é:

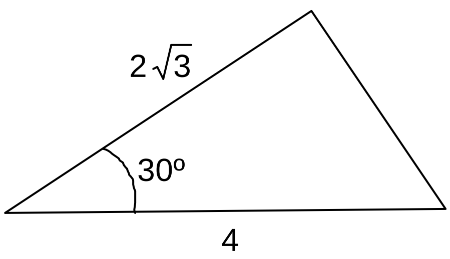
A. (   )2 (4 + $\sqrt{3}$)

B. (   ) 8$\sqrt{3}$

C. (X) 2 (3 + $\sqrt{3}$)

D. (   ) 6$\sqrt{3}$

E. (   ) 6 + $\sqrt{3}$



SOLUÇÃO:

$x^2 = 4^2 + (2\sqrt{3})^2 - 2 . 4 . 2\sqrt{3} . \cos 30º$

$x^2 = 16 + 12 - 2 . 4 . 2\sqrt{3} . \frac{\sqrt{3}}{2}$

$x^2 = 16 + 12 – 24$

$x^2 = 28-24$

$x = \sqrt{4}$

$x = 2$

Logo o perímetro = $2\sqrt{3} + 4 + 2$

$= 2\sqrt{3} + 6$

$= 2(\sqrt{3} + 3)$

ITEM 10. A área de um triângulo eqüilátero de 6 cm de altura é, em cm^2:

A. ( ) $14\sqrt{3}$

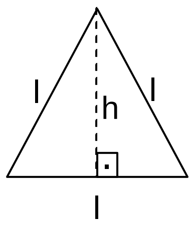
B. ( ) $8\sqrt{3}$

C. ( ) $10\sqrt{3}$

D. ( ) $6\sqrt{3}$

E. (**X**) $12\sqrt{3}$

SOLUÇÃO:



$$h = \frac{l\sqrt{3}}{2} \text{ e } h = 6 \text{ cm}$$

$$l\sqrt{3} = 2h$$

$$l = \frac{2 \cdot 6}{\sqrt{3}} = \frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$A = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$$

$$A = \frac{(4\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{48\sqrt{3}}{4} = 12\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

ITEM 11. Para fabricar suco de groselha utiliza-se 200 ml de essência de groselha para cada litro de água mineral. Sabendo que 100 ml de essência custa R$ 0,12 e que cada litro de água mineral custa R$ 0,36, conclui-se que o custo da fabricação de 6 litros de suco, em reais, é:

A. ( ) 2,80 B. ( ) 2,40 C. ( ) 3,20 D. (**X**) 3,00 E. ( ) 3,60

SOLUÇÃO:
1 l de água + 0,2 l de essência fabrica 1,2 l de suco. Logo para fabricar 6 l de suco é necessário 1 l de essência e 5 l de água. Como 1 l de água custa R$ 0,36 e 0,1 l de essência custa R$ 0,12 gastaremos R$ 1,20 com essência e R$ 1,80 com água.
Portanto o gasto total é: R$ 1,20 + R$ 1,80 = R$ 3,00.

CONCURSO DE ADMISSÃO AO COLÉGIO MILITAR DO RECIFE – 04/05

PROVA DE MATEMÁTICA 1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

ITEM 12. O Colégio Militar do Recife deseja construir uma piscina semi-olímpica de comprimento 25 m, largura 18 m e 2 m de profundidade. Para azulejar as 4 paredes e o fundo da piscina, a construtora aconselha a compra de 10% a mais da quantidade necessária de azulejos. Como o m^2 do azulejo custa R$ 17,00, então o custo, em reais, da totalidade dos azulejos necessários para azulejar a piscina será:

A. (   ) 10.574,00

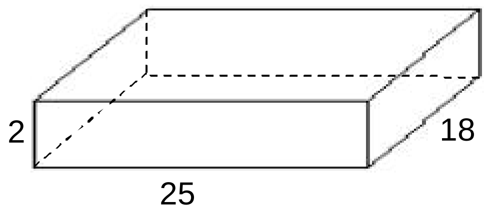
B. (**X**) 11.631,40

C. (   ) 622,00

D. (   ) 9.112,00

E. (   ) 10.023,20

SOLUÇÃO:



Área de 4 paredes e o fundo é:
2 . 25 . 2+2 . 18 . 2+25 . 18 = 100+72+450 = 622 m^2

Soma-se 10% de 622 m^2 e obtém-se 684,2 m^2 e multiplica-se pelo valor do m^2.
384,2 . 17 = 11.631,40

ITEM 13. Considerando *IR* como o conjunto dos números Reais, a solução da inequação $x+\frac{1}{x}\le 2$ é:

A. (   ) { x ∈ *IR*: x ≤ -1 ou x = 1}

B. (X) { x ∈ *IR*: x < 0 ou x = 1}

C. (   ) { x ∈ *IR*: x ≥ 1}

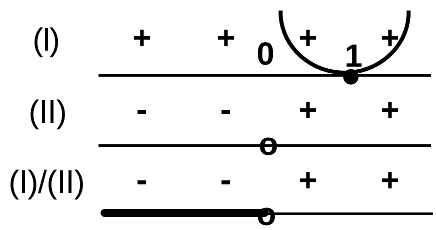
D. (   ) { x ∈ *IR*: x ≤ 1}

E. (   ) { x ∈ *IR*: x < 0}

SOLUÇÃO:

$$x+\frac{1}{x}\le 2 \Rightarrow x+\frac{1}{x}-2\le 0 \Rightarrow$$

(I) **(II)** $\frac{x^2-2x+1}{x}\le 0 \Rightarrow$ raízes de (I) $x_1 = x_2 = 1$ e raízes de (II) $x = 0$



S = {x ∈ R / x < 0 ou x = 1 }

CONCURSO DE ADMISSÃO AO
COLÉGIO MILITAR DO RECIFE – 04/05

PROVA DE MATEMÁTICA
1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

ITEM 14. Considere a equação $k^2 - 4k + 7 = 0$ e sejam m e n suas raízes. Então $\frac{1}{m^2}+\frac{1}{n^2}$ vale:

A. ( ) $\frac{16}{49}$ B. (**X**) $\frac{2}{49}$ C. ( ) $\frac{1}{2}$ D. ( ) $\frac{49}{2}$ E. ( ) $\frac{49}{16}$

SOLUÇÃO:

$$\frac{1}{m^2}+\frac{1}{n^2}=\frac{m^2+n^2}{n^2m^2}=\frac{m^2+2mn+n^2-2mn}{n^2m^2}=\frac{(m+n)^2-2(mn)}{n^2m^2}=\frac{4^2-2\cdot 7}{7^2}=\frac{16-14}{49}=\frac{2}{49}$$

ITEM 15. Uma pessoa, começando com R$ 64,00, faz seis apostas consecutivas, em cada uma das quais arrisca perder ou ganhar a metade do que possui na ocasião. Se essa pessoa ganha 3 apostas e perde 3 pode-se afirmar que ela:

A. ( ) ganha dinheiro.

B. ( ) não ganha nem perde dinheiro.

C. ( ) perde R$ 27,00.

D. (**X**) perde R$ 37,00.

E. ( ) ganha ou perde dinheiro, dependendo da ordem em que ocorreram suas vitórias e derrotas.

SOLUÇÃO:

$$64{,}00\cdot\underbrace{\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}}_{\text{ganha}}\cdot\underbrace{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}}_{\text{perde}}=27{,}00$$

Logo, na seqüência ganha 3 seguidas e perde 3 seguidas a pessoa fica com R$ 27,00, ou seja, perde R$ 37,00. Entretanto, a ordem dos fatores não altera o produto, qualquer seqüência de perda ou ganho daria o mesmo resultado.

ITEM 16. Uma companhia de telefonia celular possui os seguintes planos:

Plano A: Taxa mensal de R$ 38,50 e R$ 0,84 por minuto além da franquia.

Plano B: Taxa mensal de R$ 64,50 e R$ 0,24 por minuto além da franquia.

Os dois planos dão 100 minutos de franquia, isto é, 100 minutos inclusos na taxa mensal.

Com base nas informações acima podemos afirmar que:

A. ( ) O Plano A é sempre mais barato que o Plano B.

B. ( ) O Plano B é mais barato, a partir de 145 minutos de uso telefônico.

C. (**X**) O Plano A é mais caro depois de gasto 150 minutos.

D. ( ) Não existe possibilidade de os custos dos dois planos serem os mesmos.

E. ( ) Utilizando 50 minutos de ligação pelo Plano B, o usuário gastará R$ 77,50.

SOLUÇÃO:

Equação do Plano A

$$A(x) = \begin{cases} 38{,}50 & \text{se} \quad x \le 100 \\ 38{,}50 + (x - 100) \, . \, 0{,}84 & \text{se} \quad x > 100 \end{cases}$$

Equação do Plano B

$$B(x) = \begin{cases} 64{,}50 & \text{se} \quad x \le 100 \\ 64{,}50 + (x - 100) \, . \, 0{,}24 & \text{se} \quad x > 100 \end{cases}$$

$\Rightarrow B(x) < A(x)$

$\Rightarrow 64{,}50 + 0{,}24x - 24 < 38{,}50 + 0{,}84x - 84$

$\Rightarrow 44{,}50 + 84 - 38{,}50 < 0{,}6x$

$\Rightarrow 0{,}6x > 90$

$\Rightarrow x > \dfrac{90}{0{,}6}$

$\Rightarrow x > 150$

ITEM 17. A metade do número $4^8 + 2^{13}$ é igual a:

A. (**X**) $2^{15} + 4^6$

B. (   ) $4^7 + 12^{12}$

C. (   ) $2^8 + 2^{13}$

D. (   ) $2^7 + 2^5$

E. (   ) $2^8 + 1^{13}$

SOLUÇÃO:

$$\frac{4^8 + 2^{13}}{2} = \frac{2^{16} + 2^{13}}{2} = \frac{2(2^{15} + 2^{12})}{2} = 2^{15} + (2^2)^6 = 2^{15} + 4^6$$

ITEM 18. Um bambu de 9 m de altura, na posição vertical, é quebrado pelo vento de modo que a ponta encontra o chão formando com ele um ângulo de 30º. A que altura, a partir do chão, ele foi quebrado?

A. (   ) 1,5 m

B. (   ) 2,0 m

C. (**X**) 3,0 m

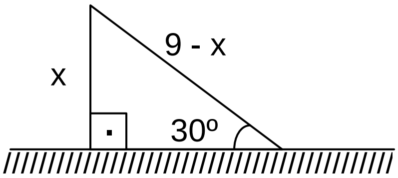
D. (   ) 3,5 m

E. (   ) 4,0 m

CONCURSO DE ADMISSÃO AO
COLÉGIO MILITAR DO RECIFE – 04/05

PROVA DE MATEMÁTICA
1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

SOLUÇÃO:



$$\frac{x}{9-x} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x = 9 - x \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = 3m$$

ITEM 19. Os lados homólogos de polígonos semelhantes estão à razão de $\frac{3}{4}$. A soma de suas áreas é 250 m^2. Qual a área do polígono menor?

A. ( ) 60 m^2 B. (**X**) 90 m^2 C. ( ) 100 m^2 D. ( ) 110 m^2 E. ( ) 120 m^2

SOLUÇÃO:

P_1 e P_2 são polígonos semelhantes, logo:

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{9}{16} \text{ e } A_1 + A_2 = 250 \Rightarrow \frac{A_1 + A_2}{A_1} = \frac{16+9}{9} \Rightarrow \frac{250}{A_1} = \frac{25}{9} \Rightarrow A_1 = 90\ m^2.$$

ITEM 20. Num vôo com capacidade para 100 pessoas, uma companhia aérea cobra R$ 200,00 por pessoa, quando todos os lugares são ocupados. Se existirem lugares não ocupados, ao preço de cada passagem será acrescida a importância de R$ 4,00 por cada lugar não ocupado. O número de lugares não ocupados para que a companhia obtenha faturamento máximo é:

A. ( ) zero B. ( ) 100 C. ( ) 50 D. ( ) 75 E. (**X**) 25

SOLUÇÃO:

Sejam V(x) o valor total que a empresa receberá e x o número de lugares não ocupados.

Logo: $V(x) = (100 - x).(200 + 4.x)$

$V(x) = 20000 + 200x - 4x^2$

$V(x) = -4x^2 + 200x + 20000$

Para que V(x) seja máximo x deve ser a abscissa do vértice da parábola, portanto:

$$x = \frac{-200}{2 \cdot (-4)} = \frac{200}{8} = 25$$

CONCURSO DE ADMISSÃO AO
COLÉGIO MILITAR DO RECIFE – 04/05

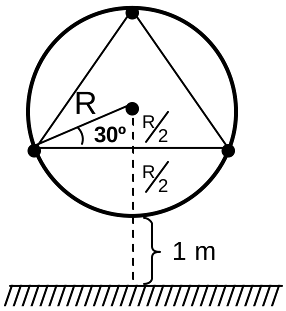
PROVA DE MATEMÁTICA
1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

ITEM 21. O ponto mais baixo de uma roda gigante circular de raio R metros dista 1 m do solo. A roda está girando com 3 crianças sentadas em cadeiras diferentes e posicionadas à mesma distância entre elas. A altura de duas delas no momento em que a outra está no ponto mais alto é:

A. (   ) $\left(R+\frac{1}{2}\right)$ m   B. (   ) $\left(\frac{R+1}{2}\right)$m   C. (**X**) $\left(\frac{R+2}{2}\right)$m

D.(   ) $\left(R+\sqrt{2}\right)$m   E. (   ) $\left(\frac{R+\sqrt{2}}{2}\right)$m

SOLUÇÃO:



$$h=\frac{R}{2}+1=\left(\frac{R+2}{2}\right)m$$

ITEM 22. De acordo com a lei de Poiaseulle, a velocidade do sangue num ponto a “r” cm do eixo central de um vaso sanguíneo é dada pela função $V(r)=C\left(R^2-r^2\right)$ em cm/s, em que C é uma constante e R é o raio do vaso. Supondo, para um determinado vaso, que C = 1,8 **.** 10^4 e R = 10^{-2} cm, então a diferença entre a velocidade do sangue no eixo central do vaso sangüíneo e a velocidade do ponto médio entre a parede do vaso e o eixo central em, cm/s, é:

A. (   ) 1,8   B. (   ) 1,35   C. (   ) 3,15   D. (**X**) 0,45   E. (   ) 0,55

SOLUÇÃO:
A velocidade do sangue no eixo central é: V(o) = $1,8.10^4 \cdot (10^{-2})^2$ = 1,8 cm/s.
A velocidade do sangue no ponto médio entre o eixo central e a parede do vaso é:

$$V\left(\frac{10^{-2}}{2}\right)=1,8.10^4.\left(10^{-2}\right)^2-\left(\frac{10^{-2}}{2}\right)^2=$$

$$V\left(\frac{10^{-2}}{2}\right)=1,8.10^4.\left(1-\frac{1}{4}\right).\left(10^{-2}\right)^2=$$

$$V\left(\frac{10^{-2}}{2}\right)=1,8.\frac{3}{4}=1,35\ cm/s$$

$$V(0)-V\left(\frac{10^{-2}}{2}\right)=1,8-1,35=0,45\ cm/s.$$

CONCURSO DE ADMISSÃO AO COLÉGIO MILITAR DO RECIFE – 04/05

PROVA DE MATEMÁTICA 1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

ITEM 23. Numa cidade, moram "n" famílias e cada família possui 0 (zero), 2 (dois) ou 4 (quatro) filhos. A maioria das famílias possui 2 crianças e metade das famílias restantes não possui crianças. Quantas são as crianças da cidade?

A. ( ) n B. ( ) 1,4 n C. ( ) 1,8 n D. (**X**) 2 n E. ( ) 2,2 n

SOLUÇÃO:

$$\begin{cases} x+y+z=n \\ 2y+4z=? \\ \dfrac{x+y}{2}=x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=n \\ 2y+4z=? \\ z=x \end{cases} \Rightarrow 2y+4z=2y+2z+2z=2y+2x+2z=2(x+y+z)=2n$$

ITEM 24. Um pintor recebeu R\$ 65,35, do Colégio Militar do Recife, para numerar seguidamente de 48 em diante, inclusive, todas as cadeiras do auditório. Sabendo que esse serviço foi pago à razão de R\$ 0,05 por algarismo, podemos afirmar que o número de cadeiras trabalhadas é:

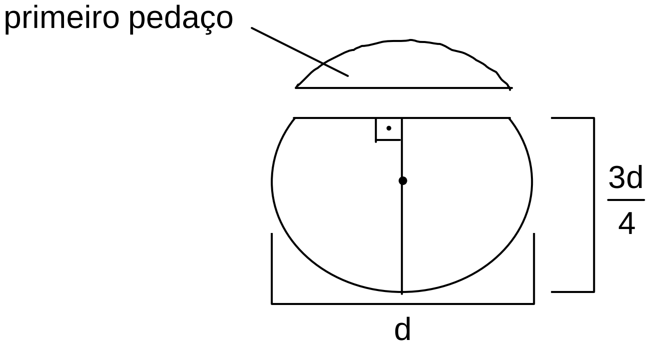
A. (**X**) 453 B. ( ) 452 C. ( ) 1.307

D. ( ) 1.259 E. ( ) 1.260

SOLUÇÃO:

65,35 $\div$0,05 é o número de algarismos pintados, ou seja, 1307.
Para pintar de 48 a 99 temos 52 números de 2 algarismos, ou seja, 104 algarismos.
Portanto 104 + 3x = 1307 $\Rightarrow$ 3x = 1203 $\Rightarrow$ x = 401.
Teremos 401 cadeiras com 3 algarismos e 52 com 2 algarismos. Um total de 453 cadeiras.

ITEM 25. Para comemorar o dia dos professores, os alunos da 1ª série do Ensino Médio trouxeram uma torta no formato circular. Durante as comemorações, o primeiro pedaço de torta foi partido conforme a figura abaixo:



A porcentagem da torta que restou, depois de retirado o primeiro pedaço, foi, aproximadamente: (considere $\pi = 3{,}14$ e $\sqrt{3} = 1{,}71$)

A. (   ) 75 %

B. (   ) 56 %

C. (   ) 83 %

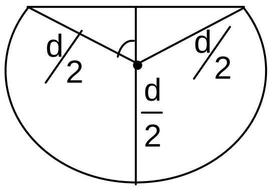
D. (   ) 78 %

E. (**X**) 80 %

SOLUÇÃO:

Área da torta inteira: $A = \dfrac{\pi d^2}{4}$

Área da torta partida:



$$\frac{\frac{d}{4}}{\frac{d}{2}} = \cos\theta \Rightarrow \cos\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^0$$

Área do bolo partido é:

$$A_p = \frac{\pi.d^2}{4}\cdot\frac{240}{360} + \frac{d}{4}\sqrt{3}\cdot\frac{d}{4} = \frac{\pi.d^2}{6} + \frac{d^2\sqrt{3}}{16} = d^2\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{16}\right)$$

$$\frac{A_p}{A}\cdot 100\% = \frac{\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{16}}{\frac{\pi}{4}}\cdot 100\% = \frac{\frac{8\pi + 3\sqrt{3}}{48}}{\frac{\pi}{4}} = \frac{8\pi + 3\sqrt{3}}{48}\cdot\frac{4}{\pi} = \frac{8\pi + 3\sqrt{3}}{12\pi} = \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4\pi} \cong 0{,}8 = 80\%$$