MINISTÉRIO DA DEFESA
EXÉRCITO BRASILEIRO
DEP - DEPA
COLÉGIO MILITAR DO RIO DE JANEIRO
(Casa de Thomaz Coelho/1889)
CONCURSO DE ADMISSÃO Á 1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO
PROVA DE MATEMÁTICA – 2003/2004
GABARITO

QUESTÃO	ALTERNATIVA
1	B
2	D
3	C
4	A
5	C
6	C
7	A
8	E
9	E
10	A
11	Anulada
12	E
13	C
14	A
15	D
16	D
17	B
18	D
19	B
20	E

1. **B** Seja *x* o preço inicial da gasolina:

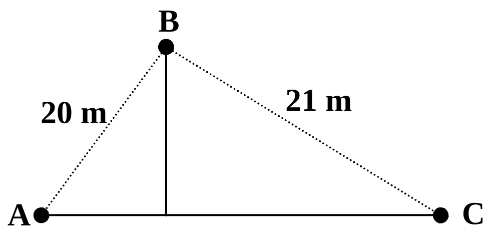
1^o reajuste: aumento de 10% $\rightarrow$ 1,1x

2^o reajuste: aumento de 8% $\rightarrow 1{,}08 \cdot 1{,}1x = 1{,}188x$

3^o reajuste: redução de 5% $\rightarrow 0{,}95 \cdot 1{,}188x = 1{,}1286x$

Logo, após os reajustes o preço final da gasolina passou para 1,1286x que corresponde a um acréscimo de 12,86% em relação ao preço inicial.

2. **D**



A menor distância entre os jogadores é dada pela altura do triângulo retângulo ABC em relação à hipotenusa AC.

Sabemos que:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC = \sqrt{20^2 + 21^2}$$

$$AC = 29\,m$$

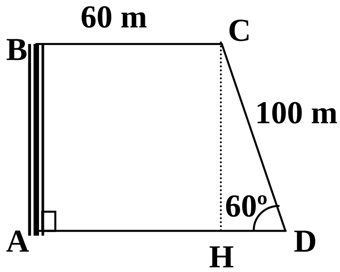
$$BH \cdot AC = AB \cdot BC$$

$$BH = \frac{AB \cdot BC}{AC}$$

$$BH = \frac{20 \cdot 21}{29}$$

$$BH \cong 14{,}5\,m$$

3. C



Determinação do lado AD:
AD = AH + HD
AD = 60 + HD
No triângulo retângulo CDH temos:

$$\cos 60^o = \frac{HD}{100} \quad \therefore \quad HD = 50 \text{ m}$$

Logo, AD = 60 + HD = 60 + 50 = 110 m

Metragem total da cerca = BC + CD + AD = 60 + 100 + 110 = 270 m.

Análise das propostas:

(A) R$ 1.600,00 por todo o serviço

(B) R$ 6,00 $\cdot$ 270 = R$ 1.620,00

(C) R$ 150,00 + R$ 5,00 $\cdot$ 270 = R$ 1.500,00

(D) R$ 700,00 + R$ 3,00 $\cdot$ 270 = R$ 1.510,00

(E) R$ 2.000,00 – R$ 270,00 = R$ 1.730,00
Logo, a proposta mais vantajosa é a do Sr Marcelo.

4. **A**

Seja M = $\dfrac{1+\sqrt[3]{2}}{1+\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}} = \dfrac{1+\sqrt[3]{2}}{1+\sqrt[3]{2}+\left(\sqrt[3]{2}\right)^2}$, multiplicando o numerador e o denominador por $1-\sqrt[3]{2}$, vem:

$$M = \frac{1+\sqrt[3]{2}}{1+\sqrt[3]{2}+\left(\sqrt[3]{2}\right)^2}\cdot\frac{1-\sqrt[3]{2}}{1-\sqrt[3]{2}} = \frac{1-\sqrt[3]{4}}{1-\left(\sqrt[3]{2}\right)^3} = \frac{1-\sqrt[3]{4}}{-1} = \sqrt[3]{4}-1$$

Seja N = $\dfrac{\sqrt[3]{16}-1}{\sqrt[3]{4}+1} = \dfrac{\left(\sqrt[3]{4}\right)^2-1}{\sqrt[3]{4}+1} = \dfrac{\left(\sqrt[3]{4}+1\right)\cdot\left(\sqrt[3]{4}-1\right)}{\sqrt[3]{4}+1} = \sqrt[3]{4}-1$

Então: $\dfrac{M}{N} = \dfrac{\sqrt[3]{4}-1}{\sqrt[3]{4}-1} = 1$

5. **C**

$$\left[\frac{a}{a+y}+\frac{y}{a-y}\right]\div\left[\frac{y}{a+y}-\frac{a}{a-y}\right]=-1,\ \text{para } y\in\Re\ /\ y\neq\pm a$$

$$\left[\frac{a(a-y)+y(a+y)}{(a+y)(a-y)}\right]\div\left[\frac{y(a-y)-a(a+y)}{(a+y)(a-y)}\right]=-1$$

$$\left[\frac{a^2-ay+ay+y^2}{(a+y)(a-y)}\right]\div\left[\frac{ay-y^2-a^2-ay}{(a+y)(a-y)}\right]=-1$$

$$\left[\frac{a^2+y^2}{(a+y)(a-y)}\right]\cdot\left[\frac{(a+y)(a-y)}{-a^2-y^2}\right]=-1$$

$$\frac{a^2+y^2}{-(a^2+y^2)}=-1 \quad\therefore\quad -1=-1,\ \text{para } y\in\Re\ /\ y\neq\pm a$$

6. **C**

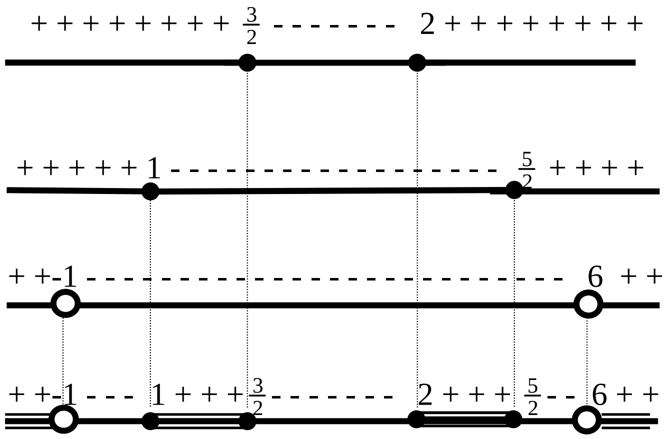
$$f(x)=\sqrt{\frac{(2x^2-7x+6)\cdot(2x^2-7x+5)}{x^2-5x-6}}$$

Determinação do domínio:

g(x) = $2x^2-7x+6$

h(x) = $2x^2-7x+5$

t(x) = x^2-5x-6



Determinação do complementar do domínio em relação à $\Re$:

Domínio

Complementar

S = $[-1, 1[\ \cup \ \left]\frac{3}{2}, 2\right[\ \cup \ \left]\frac{5}{2}, 6\right]$

7. **A**

$$\sqrt{x+1} = x, \quad \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \geq 0$$

$$\left(\sqrt{x+1}\right)^2 = x^2 \quad \Rightarrow \quad x + 1 = x^2 \quad \Rightarrow \quad x^2 - x - 1 = 0$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 1 + 4 = 5$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2 \cdot 1} = \begin{cases} x_1 = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2} \\[2ex] x_2 = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

$x_2 = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$ não convém, pois $x \geq 0$, logo: $x = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

8. **E**

$$r^4+r^2s^2+s^4 = r^4+r^2s^2+s^4+r^2s^2-r^2s^2 = r^4+2r^2s^2+s^4-r^2s^2 = (r^2+s^2)^2-(rs)^2$$

Como $r^2+s^2 = \frac{b^2}{a^2} - 2\frac{c}{a}$ e $rs = \frac{c}{a}$, temos:

$$(r^2+s^2)^2-(rs)^2 = \left(\frac{b^2}{a^2} - 2\frac{c}{a}\right)^2 - \frac{c^2}{a^2} = \left[\left(\frac{b^2}{a^2} - 2\frac{c}{a}\right) + \frac{c}{a}\right]\cdot\left[\left(\frac{b^2}{a^2} - 2\frac{c}{a}\right) - \frac{c}{a}\right] =$$

$$= \left[\frac{b^2}{a^2} - \frac{c}{a}\right]\cdot\left[\frac{b^2}{a^2} - 3\frac{c}{a}\right] = \left[\frac{b^2-ac}{a^2}\right]\cdot\left[\frac{b^2-3ac}{a^2}\right] = \frac{(b^2-ac)\cdot(b^2-3ac)}{a^2}$$

9. **E**

Para x = 1, temos:

$f(1+1) = 2f(1) + 1 \quad \therefore \quad f(2) = 2\cdot 1 + 1 \quad \therefore \quad f(2) = 3$

Para x = 2, temos:

$f(2+1) = 2f(2) + 1 \quad \therefore \quad f(3) = 2\cdot 3 + 1 \quad \therefore \quad f(3) = 7$

Para x = 3, temos:

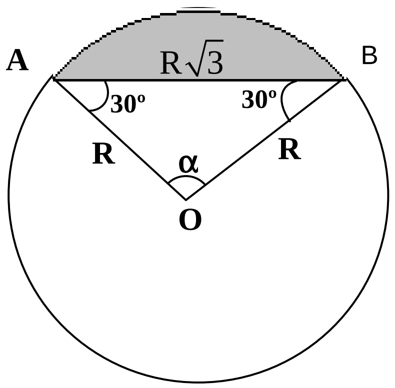
$f(3+1) = 2f(3) + 1 \quad \therefore \quad f(4) = 2\cdot 7 + 1 \quad \therefore \quad f(4) = 15$

Para x = 4, temos:

$f(4+1) = 2f(4) + 1 \quad \therefore \quad f(5) = 2\cdot 15 + 1 \quad \therefore \quad f(5) = 31$

10. **A**

$\left(4\pi - 3\sqrt{3}\right) = S_1 - S_2$, onde: S_1 = área do setor circular
S_2 = área do triângulo ABO



Determinação de α:

$$\left(R\sqrt{3}\right)^2 = R^2 + R^2 - 2R \cdot R \cdot \cos\alpha$$

$$3R^2 = 2R^2 - 2R^2 \cdot \cos\alpha \qquad \therefore \qquad \cos\alpha = -\frac{1}{2}, \text{ logo: } \alpha = 120^{\circ}$$

Determinação da área do setor circular:

$$S_1 = \frac{\alpha}{360º} \cdot \pi R^2 = \frac{120º}{360º} \cdot \pi R^2 = \frac{\pi R^2}{3} \text{ cm}^2$$

Determinação da área do triângulo ABO:

$$S_2 = \frac{AB \cdot h}{2}, \text{ sendo } h = \text{sen } 30º \cdot R, \text{ onde h é a altura do } \Delta AOB \text{ em relação à base AB}$$

$$S_2 = \frac{R\sqrt{3} \cdot \text{sen } 30º \cdot R}{2} = \frac{R\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot R}{2} = \frac{R^2\sqrt{3}}{4}$$

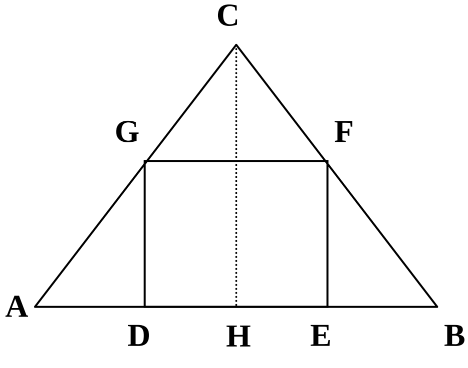
Determinação do raio:

$$4\pi - 3\sqrt{3} = S_1 - S_2 = \frac{\pi R^2}{3} - \frac{R^2\sqrt{3}}{4} = \frac{4\pi R^2 - 3R^2\sqrt{3}}{12}$$

$$4\pi - 3\sqrt{3} = \frac{R^2\left(4\pi - 3\sqrt{3}\right)}{12} \qquad \therefore \qquad R^2 = 12$$

$$R = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

11.



$$CH = \frac{20\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3} \text{ cm}$$

$FE = \ell$, onde ℓ é o lado do quadrado

$HB = 10$ cm

$$EB = \frac{20 - \ell}{2}$$

$$\frac{CH}{FE}=\frac{HB}{EB} \quad \Rightarrow \quad \frac{10\sqrt{3}}{\ell}=\frac{10}{\frac{20-\ell}{2}} \quad \Rightarrow \quad 20\sqrt{3}-\ell\sqrt{3}=2\ell$$

$$2\ell + \ell\sqrt{3}=20\sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad \ell(2+\sqrt{3})=20\sqrt{3}$$

$$\ell = \frac{20\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}=20(2\sqrt{3}-3)\text{ cm}$$

$$A_{\square} = \left[20\left(2\sqrt{3}-3\right)\right]^2 = 1200\left(7-4\sqrt{3}\right)\text{ cm}^2$$

$$A_{\triangle} = \frac{20^2\sqrt{3}}{4} = 100\sqrt{3}\text{ cm}^2$$

$$\% = \frac{1200\left(7-4\sqrt{3}\right)}{100\sqrt{3}}\cdot 100 = \frac{12\left(7-4\sqrt{3}\right)}{\sqrt{3}}\cdot 100 = 4\left(7\sqrt{3}-12\right)\cdot 100$$

A questão foi anulada devido a erro de aproximação.

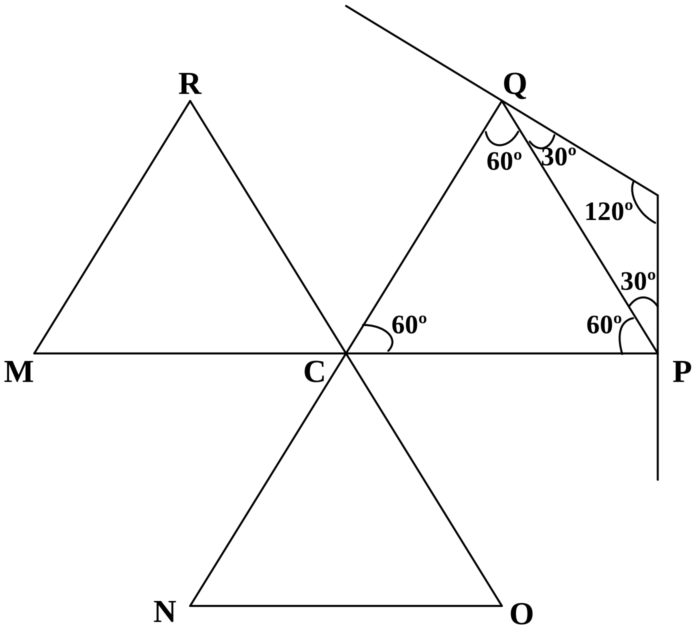
12. **E** Seja n o número de participantes. Dispondo-os em círculo, observamos que cada um pode ser encarado como vértice de um polígono. Desta forma, concluímos que o número de apertos de mão será dado pela soma do número de diagonais com o número de lados desse polígono.

$\frac{n(n-3)}{2} + n = 105 \quad \therefore \quad n^2 - 3n + 2n = 210$

$n^2 - n - 210 = 0$, resolvendo a equação encontramos $n = 15$ ou $n = -14$ (não convém),

Logo, o número de participantes é 15.

13. **C**



Como se trata de um hexágono regular, os três triângulos que constituem a figura são eqüiláteros. Então:

$A = 3S$, onde : A = área da figura

S = área do triângulo equilátero

$S = \dfrac{a_6^2\sqrt{3}}{4}$, onde : a_6 = apótema do hexágono

$a_6 = \dfrac{\ell\sqrt{3}}{2} \therefore a_6 = \dfrac{8\sqrt{3}}{2} \therefore a_6 = 4\sqrt{3}$ m

$S = \dfrac{\left(4\sqrt{3}\right)^2\sqrt{3}}{4} \therefore S = 12\sqrt{3}$ m ^{2}

$A = 3\cdot 12\sqrt{3} \therefore A = 36\sqrt{3}$ m^2

14. **A**

Sabemos que:

$D = d \cdot q + r \quad , \quad \text{onde} : \quad D = x^2 - x + 2$

$d = x + 3a$

$q = x - b$

$r = 2a + 3b$

então :

$x^2 - x + 2 = (x + 3a) \cdot (x - b) + 2a + 3b$

$x^2 - x + 2 = x^2 - bx + 3ax - 3ab + 2a + 3b$

$x^2 - x + 2 = x^2 + (3a - b)x - 3ab + 2a + 3b$

Para ocorrer a identidade , devemos ter:

$$\begin{cases} 3a - b = -1 \quad (1) \quad \therefore \quad b = 3a + 1 \quad (3) \\ -3ab + 2a + 3b = 2 \quad (2) \end{cases}$$

Substituindo (3) em (2) vem:

$-3a(3a + 1) + 2a + 3(3a + 1) = 2$

$-9a^2 - 3a + 2a + 9a + 3 = 2$

$-9a^2 + 8a + 1 = 0 \quad \cdot \ (-1)$

$9a^2 - 8a - 1 = 0$

Resolvendo a equação do segundo grau, encontramos :

$a = 1$ e $b = 4$

ou

$a = -\dfrac{1}{4}$ e $b = \dfrac{2}{3}$ (não convém)

Logo, a soma dos valores inteiros de a e b é:

$a + b = 1 + 4 = 5$

15. **D**

Seja x o número de horas extras. Então:

650 + 15x >1000

15x > 1000 – 650

15x > 350

x > 23,34

Logo, o número de horas extras que o bancário deverá trabalhar está compreendido entre 20 e 25 horas.

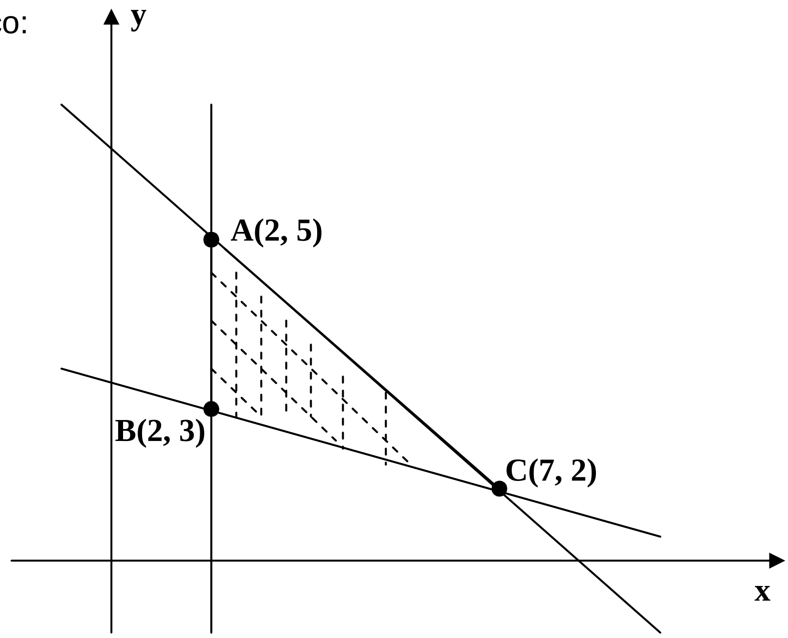
16. **D**

$$\text{Ponto A} \quad \begin{cases} x = 2 \\ 3x+5y = 31 \end{cases} \Rightarrow x = 2 \text{ e } y = 5$$

$$\text{Ponto B} \quad \begin{cases} x = 2 \\ x+5y = 17 \end{cases} \Rightarrow x = 2 \text{ e } y = 3$$

$$\text{Ponto C} \quad \begin{cases} 3x+5y = 31 \\ x+5y = 17 \end{cases} \Rightarrow x = 7 \text{ e } y = 2$$

Construção do gráfico:



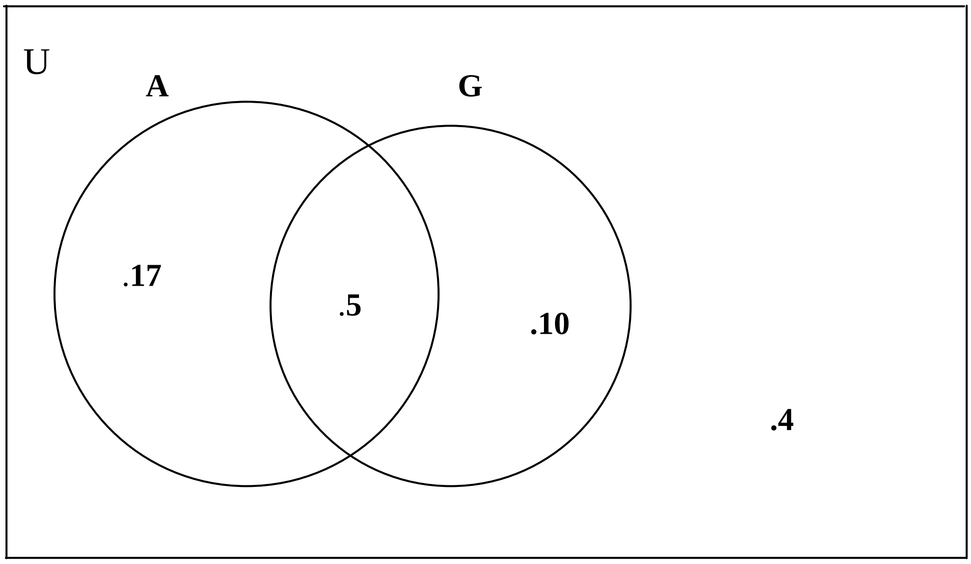
A área da região é dada pela área do triângulo ABC.

$$S = \frac{AB \cdot h}{2} \quad , \quad \text{onde} : \; h = 7\text{-}2 = 5 \text{ cm}$$

$$AB = 5\text{-}3 = 2 \text{ cm}$$

$$S = \frac{2 \cdot 5}{2} = 5 \text{ cm}^2$$

17. **B** Representando no diagrama as informações, obtemos:



Total de alunos: 17 + 5 + 10 + 4 = 36

18. **D** Analisando as opções, temos:

(A) Verdadeira, pois f (-2) = f (5) = 0

(B) Verdadeira, pois $\forall x_1$, $x_2 \in$] -4 , 0 [, com $x_2 > x_1$, teremos f(x_2) > f(x_1)

(C) Verdadeira, pois:

$$\left.\begin{array}{l} f(2) = 2 \\ f(3) = f(4) = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow f(2) = f(3) + f(4) \therefore 2 = 1 + 1 \therefore 2 = 2$$

(D) Falsa, pois f(-2) = f(5) = 0

(E) Verdadeira, pois f(-4) = -2 e f(6) = -1, logo -2-1 = -3

19. **B**

	TEMPO ↓	VELOCIDADE ↑	COMPRIMENTO ↓
Alfa 45	90 min	V	36000 Km
Beta 32	X	2/3 V	28000 Km

$$\frac{90}{x} = \frac{2/3V.36000}{V.28000} \therefore \frac{90}{x} = \frac{6}{7} \therefore x = 105 \min \therefore$$ x=1h e 45 min

20. **E**

Quantidade de peças do Tipo A - $\frac{15}{100}.400 = 60\,peças$

Quantidade de peças do Tipo C - $\frac{30}{100}.400 = 120\,peças$

Gastos na compra das peças - Tipo A $\rightarrow$ 60 x 25 = R$ 1.300,00
Tipo C $\rightarrow$ 120 x15 = R$ 1.800,00
Total $\rightarrow$ 1.300,00 + 1.800,00 =
R$ 3.300,00