

MINISTÉRIO DA DEFESA  
EXÉRCITO BRASILEIRO  
DECEX - DEPA  
COLÉGIO MILITAR DO RIO DE JANEIRO  
(Casa de Thomaz Coelho / 1889)  
CONCURSO DE ADMISSÃO AO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO 2010/2011  
PROVA DE MATEMÁTICA  
17 de outubro de 2010



APROVO	
_____ SUBDIRETOR DE ENSINO	
_____ COMISSÃO DE ORGANIZAÇÃO	
_____ PRESIDENTE	
_____ MEMBRO	_____ MEMBRO

### INSTRUÇÕES AOS CANDIDATOS

01. Duração da prova: 02 (duas) horas.
02. O candidato tem 10 (dez) minutos iniciais para tirar dúvidas, somente quanto à impressão.
03. Esta prova é constituída de 01 (um) Caderno de Questões e 01 (um) Cartão de Respostas.
04. No Cartão de Respostas, CONFIRA seu nome, número de inscrição e o ano escolar; em seguida, assine-o.
05. Esta prova contém 20 (vinte) itens, distribuídos em 11 (onze) folhas, incluindo a capa.
06. Marque cada resposta com atenção. Para o correto preenchimento do Cartão de Respostas, observe o exemplo abaixo.

**00.** Qual o nome da capital do Brasil?

- (A) Porto Alegre
- (B) Fortaleza
- (C) Cuiabá
- (D) Brasília
- (E) Manaus

Como você sabe, a opção correta é **D**. Marca-se a resposta da seguinte maneira:

00

A

B

C

D

E

07. As marcações deverão ser feitas, obrigatoriamente, com caneta esferográfica de tinta **azul** ou **preta**.
08. **Não serão consideradas marcações rasuradas.** Faça-as como no modelo acima, preenchendo todo o interior do círculo-opção sem ultrapassar os seus limites.
09. O candidato só poderá deixar o local de prova após o decurso de 80 (oitenta) minutos, o que será avisado pelo Fiscal.
10. Após o aviso acima e o término do preenchimento do Cartão de Respostas, retire-se do local de provas, entregando o Cartão de Respostas ao Fiscal.
11. **O candidato poderá levar o Caderno de Questões.**
12. Aguarde a ordem para iniciar a prova.

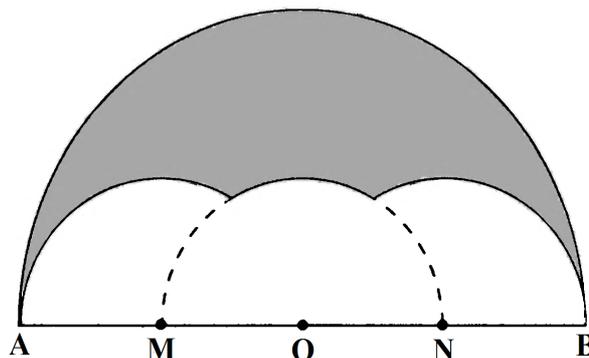
***Boa prova!***

1) A soma de dez números naturais é igual a 143. Dentre esses números, existem exatamente quatro números primos distintos. Se retirarmos três números primos da soma, a média aritmética simples entre os números restantes será igual a 19. Dentre os números retirados, podemos afirmar que o menor vale

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 5
- (E) 7

2) Na figura abaixo, temos o semicírculo de diâmetro  $AB = 4\text{cm}$  e centro  $O$ . Sejam  $M$  o ponto médio de  $AO$  e  $N$  o ponto médio de  $OB$ . Com centros em  $M$ ,  $O$  e  $N$ , traçam-se 3 semicírculos de raios iguais a  $1\text{cm}$  e contidos no interior do semicírculo de diâmetro  $4\text{cm}$  e centro  $O$ . A área da região sombreada, em  $\text{cm}^2$ , a qual está situada no interior do semicírculo maior e exterior aos três semicírculos menores, vale

- (A)  $\pi - \sqrt{3}$
- (B)  $\pi - \sqrt{2}$
- (C)  $\frac{\pi + \sqrt{2}}{2}$
- (D)  $\frac{\pi + \sqrt{3}}{2}$
- (E)  $\frac{7\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}$



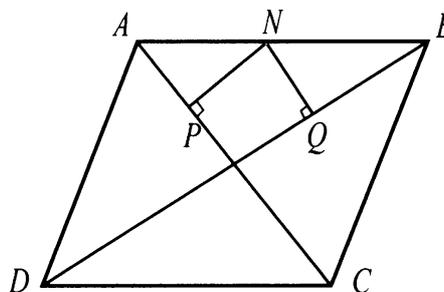
3) Em uma reunião com alunos da Cavalaria, realizada durante todos os dias de uma mesma semana no CMRJ, as frequências dos alunos participantes estão representadas na tabela abaixo.

	2ªfeira	3ªfeira	4ªfeira	5ªfeira	6ªfeira
Quantidade de alunos presentes	76	70	72	64	63

Considerando que cada um dos participantes precisou faltar exatamente 2 dias, então, relativamente ao total de participantes, a porcentagem de alunos que faltaram na 6ª feira é mais próxima de

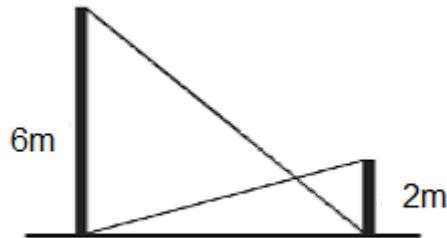
- (A) 45%
- (B) 40%
- (C) 38%
- (D) 35%
- (E) 32%

4) Na figura, ABCD é um losango onde a diagonal  $AC = 24\text{cm}$  e a diagonal  $BD = 32\text{cm}$ . Seja N um ponto qualquer sobre o lado  $\overline{AB}$ ; sejam P e Q os pés das perpendiculares baixadas de N a, respectivamente,  $\overline{AC}$  e  $\overline{BD}$ . Nestas condições, qual dos valores abaixo representa o valor mínimo de  $\overline{PQ}$ ?



- (A) 6,5 cm
- (B) 7,5 cm
- (C) 9,6 cm
- (D) 9,8 cm
- (E) 10,5 cm

5) Em uma exposição artística um escultor apresentou sua obra prima, intitulada “as torres vizinhas”. Repare que a mesma consta de duas hastes paralelas de ferro fundidas perpendicularmente em uma mesma base e escoradas por dois cabos de aço retilíneos, como mostra a figura abaixo. As alturas das hastes medem, respectivamente, 6 metros e 2 metros. Desprezando-se a espessura dos cabos, determine a distância do ponto de interseção dos cabos à base da escultura.



- (A) 2,25 m
- (B) 2,00 m
- (C) 1,75 m
- (D) 1,50 m
- (E) 1,25 m

6) Em uma reunião com os professores das cinco Seções de Ensino do CMRJ (A, B, C, D, E), verificou-se que 43% dos presentes eram da Seção A, 25% da B, 10% da C, 14% da D e 8% da E. Alguns professores da Seção A se ausentaram antes do final da reunião, alterando o percentual de professores dessa Seção para 40%. O percentual referente ao número de professores que se retirou em relação ao total inicialmente presente na reunião é de

- (A) 10%
- (B) 8%
- (C) 6%
- (D) 5%
- (E) 3%

7) Uma pesquisa realizada com 300 alunos do Prevest do CMRJ revelou que 135, 153 e 61 desses alunos pretendem fazer concurso para o IME, o ITA e a Escola Naval, respectivamente. Ela mostrou, também, que nenhum dos entrevistados pretende prestar vestibular para as três instituições; que vários deles farão dois desses concursos e que todos farão pelo menos um deles. Sabendo que a quantidade de estudantes que farão as provas para o IME e o ITA é igual ao dobro da quantidade dos que realizarão as provas para o IME e a Escola Naval que, por sua vez, é igual ao dobro dos que prestarão concurso para o ITA e a Escola Naval, a quantidade de entrevistados que farão apenas as provas para a Escola Naval é igual a

- (A) 48
- (B) 45
- (C) 40
- (D) 36
- (E) 30

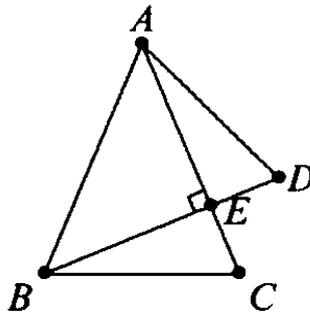
8) Dados os números reais  $a$ ,  $b$ ,  $c$  diferentes de zero e  $a + b + c \neq 0$ , para que a igualdade

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c}$$
 sempre se verifique, devemos ter, necessariamente

- (A)  $a = b = 2c$
- (B)  $a = b = -2c$
- (C)  $a = b$  ou  $b = c$  ou  $a = c$
- (D)  $\frac{a+c}{2} = b$
- (E)  $a = -b$  ou  $b = -c$  ou  $a = -c$

9) Os triângulos ABC e ABD da figura são isósceles com  $AB = AC = BD$ . Seja E o ponto de interseção de BD com AC. Se BD é perpendicular a AC, então a soma dos ângulos  $\hat{C}$  e  $\hat{D}$  vale

- (A)  $115^\circ$
- (B)  $120^\circ$
- (C)  $130^\circ$
- (D)  $135^\circ$
- (E)  $140^\circ$



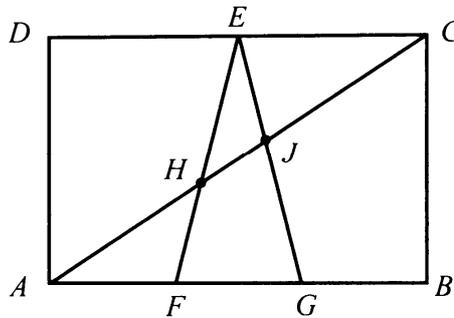
10) Veja a passagem abaixo, transcrita do livro do famoso historiador grego da antiguidade Heródoto, História – Livro II (Egito).

*“De Heliópolis a Tebas sobe-se o rio durante nove dias, numa distância de quatro mil oitocentos e sessenta estádios, ou seja, oitenta e um esquenos. Do litoral a Tebas a distância é de seis mil cento e vinte estádios; de Tebas a Elefantina, mil e oitocentos estádios. Na sua orla litorânea, o Egito mede três mil e seiscentos estádios.”*

No texto, Heródoto cita duas antigas unidades de medida: o estádio, equivalente a 0,185 quilômetros, e o esqueno. O litoral brasileiro tem cerca de 749250000 centímetros de extensão. Mantendo-se as mesmas condições apontadas por Heródoto, o número de dias necessário para percorrer o litoral brasileiro será igual a

- (A) 71
- (B) 73
- (C) 75
- (D) 77
- (E) 79

11) No retângulo ABCD, os pontos F e G pertencem ao lado AB e são tais que  $AF=FG=GB$ . O ponto médio do lado CD é o ponto E. A diagonal AC intercepta os segmentos EF e EG, respectivamente, nos pontos H e J. A área do retângulo ABCD mede  $70 \text{ cm}^2$ . A área do triângulo EHJ, então, é igual a



- (A)  $\frac{5}{2} \text{ cm}^2$   
 (B)  $\frac{35}{12} \text{ cm}^2$   
 (C)  $3 \text{ cm}^2$   
 (D)  $\frac{7}{2} \text{ cm}^2$   
 (E)  $\frac{35}{8} \text{ cm}^2$

12) Se  $\frac{3^{n-2} + 3^{n-1} + 3^n + 3^{n+1}}{2^{n-2} + 2^{n-1} + 2^n + 2^{n+1}} = \frac{10 \cdot 7^{n+1} + 2 \cdot 7^n}{7^{n+2} - 37 \cdot 7^n}$ , então o valor de  $n$  é

- (A) - 4  
 (B) - 2  
 (C) 0  
 (D) 2  
 (E) 4

13) Um grupo de amigos se reuniu num restaurante e, na hora de pagar a conta, que era de R\$ 600,00, dois deles perceberam que estavam sem dinheiro; conseqüentemente, não tinham como pagar suas respectivas partes. Isso fez com que cada um dos outros contribuísse com mais R\$10,00. Os dois amigos que não tinham levado dinheiro combinaram então que, no dia seguinte, cada um deles depositaria na conta bancária de um dos que pagou a mesma quantia que os demais haviam pago, acrescida de 10% de multa. Com isso seria criada uma caixinha a ser usada em futuros encontros. Assim, a caixinha foi criada com o valor igual a

- (A) R\$ 132,00
- (B) R\$ 120,00
- (C) R\$ 110,00
- (D) R\$ 66,00
- (E) R\$ 60,00

14) O preço do ingresso para uma peça teatral custava R\$ 150,00. Certo dia, a administração do teatro fez uma promoção, reduzindo o preço do ingresso. Em consequência, foi observado um aumento de 50% no número de espectadores e um acréscimo de 25% na renda do espetáculo. A redução percentual aproximada no preço do ingresso foi de

- (A) 10%
- (B) 16,6%
- (C) 20,4%
- (D) 23,8%
- (E) 25%

15) Certo dia, Claudete e Alexandre, professores em uma unidade do Ministério da Defesa, receberam alguns recursos sobre provas de um processo externo de seleção para emitir pareceres e os dividiram entre si na razão inversa de suas respectivas idades: 35 e 40 anos. Na execução dessa tarefa, a capacidade operacional de Alexandre foi 75% da de Claudete e ambos a iniciaram quando eram decorridos  $\frac{11}{32}$  do dia, trabalhando ininterruptamente até completá-la. Se Alexandre levou 3 horas e 30 minutos para terminar a sua parte, então Claudete completou a parte dela às

- (A) 10 horas e 45 minutos.
- (B) 11 horas.
- (C) 11 horas e 15 minutos.
- (D) 12 horas e 15 minutos.
- (E) 12 horas e 45 minutos.

16) *Nos pulmões, o ar atinge a temperatura do corpo. O ar exalado tem temperatura inferior à do corpo, já que é resfriado nas paredes do nariz. Cientistas realizaram medidas com um pequeno pássaro do deserto e concluíram que a temperatura do ar exalado é uma função da temperatura ambiente.* (Baseado em estudos científicos divulgados pelo livro “Introdução à Matemática para Biocientistas”, de E. Batschelet).

Para uma temperatura ambiente  $T_A$  medida em graus Celsius, tal que  $20^\circ\text{C} < T_A < 40^\circ\text{C}$ , a temperatura do ar exalado  $T_E$  é dada por  $T_E = 8,5 + 0,8 T_A$ .

Considerando apenas os valores inteiros para a variável  $T_A$ , a razão entre o maior e o menor valores obtidos para  $T_E$  será aproximadamente igual a

- (A) 1,57
- (B) 1,65
- (C) 1,75
- (D) 1,86
- (E) 2

17) Uma das maiores atrações turísticas da Capadócia é o passeio de balão. Estando de férias naquela localidade, Ademar resolveu conhecer de perto a atividade, dirigindo-se de táxi ao local indicado. No mesmo instante em que avista um balão azul que inicia sua subida vertical com velocidade uniforme de 1 metro por segundo, ele começa a correr, em linha reta num plano horizontal, em direção ao balão com velocidade uniforme de 3 metros por segundo.

Se, no momento inicial, em que o balão ainda se encontrava em terra, a distância medida na horizontal entre Ademar e o balão era de 200 metros, a menor distância existente entre eles será de

- (A)  $15\sqrt{10}$  metros.
- (B)  $20\sqrt{10}$  metros.
- (C)  $30\sqrt{5}$  metros.
- (D)  $40\sqrt{5}$  metros.
- (E)  $50\sqrt{5}$  metros.

18) Na variável  $x$ , a equação  $3(mx - p + 1) - 4x = 2(-px + m - 4)$  admite uma infinidade de soluções. A soma dos valores reais de  $m$  e  $p$  é igual a

- (A) 3
- (B) 2
- (C) 0
- (D) - 2
- (E) - 3

19) Dentre as afirmativas abaixo, assinale a **FALSA**.

- (A) Seja  $a$  um número real não nulo. Então,  $a^{-1} \in \mathbb{R}$ .
- (B) Para qualquer número inteiro, a raiz quadrada desse número elevado ao quadrado é igual ao próprio número.
- (C) Para qualquer inteiro, o sucessor do antecessor do número é o próprio número.
- (D) A média aritmética simples de dois inteiros negativos não é necessariamente um inteiro negativo.
- (E) Todo número real negativo possui inverso.

20) Seja o triângulo isósceles ABC, com  $AC = BC = 7\text{cm}$  e  $AB = 2\text{cm}$ . Seja D um ponto situado na reta que contém o lado AB, de tal modo que tenhamos o ponto B situado entre os pontos A e D, e  $CD = 8\text{cm}$ . Nestas condições, a medida de BD, em cm, vale

- (A) 3
- (B)  $2\sqrt{3}$
- (C) 4
- (D) 5
- (E)  $4\sqrt{2}$