

**Colégio Militar de Porto Alegre**

**Concurso de Admissão ao 1º Ano – Ensino Médio – 2007/2008**

**Prova de Matemática**

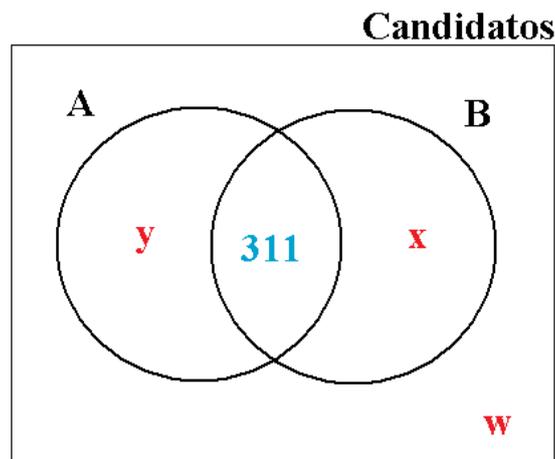
# **Prova Resolvida**

<http://estudareconquistar.wordpress.com/>

Prova e Gabarito: <http://estudareconquistar.wordpress.com/downloads/>

CMPA: <http://www.cmpa.tche.br/index.php/74-colegio/concurso>

**Questão 1)**



→ Total de Candidatos:

$$\text{Total de Candidatos} = y + x + w + 311 = 1150$$

$$y + x + w = 839$$

Erraram o problema A = x (Só acertaram o problema B) + w (Erraram A e B)

$$587 = x + w$$

→ Substituindo o valor de x + w:

$$y + 587 = 839$$

$$y \text{ (Acertaram apenas o problema A)} = 252$$

**Resposta: C**

**Questão 2)**

Toda potência de cinco ( $5^3, 5^6, 5^9, 5^{12}, \dots$ ) tem como unidade o algarismo 5. Assim:

$$A = (5 + 1)(5^3 + 1)(5^6 + 1)(5^9 + 1)(5^{12} + 1)$$

$$A \text{ (Unidades)} = (5 + 1)(5 + 1)(5 + 1)(5 + 1)(5 + 1)$$

$$A \text{ (Unidades)} = (6)(6)(6)(6)(6)$$

$$A \text{ (Unidades)} = 6$$

**Resposta: A**

**Questão 3)**

$$\frac{X}{X-1} - \frac{X}{X+1} = \frac{3-X^2}{X^2-1}$$

→ Restrições:

$$X-1 \neq 0 \rightarrow X \neq 1$$

$$X+1 \neq 0 \rightarrow X \neq -1$$

$$X^2-1 \neq 0 \rightarrow X \neq 1 \text{ e } X \neq -1$$

→ Equação:

$$\frac{X(X+1) - X(X-1)}{X^2-1} = \frac{3-X^2}{X^2-1}$$

$$X^2 + X - X^2 + X = 3 - X^2$$

$$X^2 + 2X - 3 = 0$$

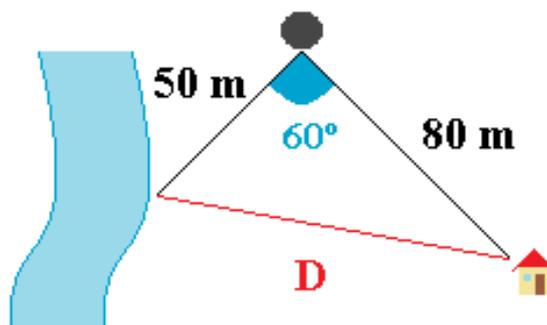
$$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{(2)^2 - 4(1)(-3)}}{2(1)} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2}$$

$$X_1 = \frac{-2+4}{2} = 1 \text{ (X deve ser } \neq 1 \text{ devido a restrição)}$$

$$X_2 = \frac{-2-4}{2} = -3 \rightarrow \text{Solução Possível}$$

**Resposta: B**

**Questão 4)**



$$D^2 = A^2 + B^2 - 2(A)(B) \cos(60^\circ)$$

$$D^2 = (50)^2 + (80)^2 - 2(50)(80) \frac{1}{2}$$

$$D^2 = 2500 + 6400 - 4000$$

$$D^2 = 4900 \rightarrow D = 70 \text{ m}$$

**Resposta: D**

**Questão 5)**

$$a^2 = 22^7, b^4 = 22^9, c^8 = 22^{31}$$

$$a = 22^{\frac{7}{2}}, b = 22^{\frac{9}{4}}, c = 22^{\frac{31}{8}}$$

$$(a \cdot b \cdot c)^8 = \left(22^{\frac{7}{2}} \cdot 22^{\frac{9}{4}} \cdot 22^{\frac{31}{8}}\right)^8 = \left(22^{\frac{7}{2} + \frac{9}{4} + \frac{31}{8}}\right)^8 = \left(22^{\frac{28+18+31}{8}}\right)^8 = \left(22^{\frac{77}{8}}\right)^8 = 22^{77}$$

**Resposta: B**

**Questão 6)**

I) **Irracional** (Não pode ser escrito como uma fração de números inteiros)

II) **Racional**

$$\frac{\sqrt{8} - 1}{1 - 2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{8} - 1}{1 - \sqrt{8}} = \frac{\sqrt{8} - 1}{-(\sqrt{8} - 1)} = -1$$

III) **Racional**

$$\sqrt[3]{13824} = \sqrt[3]{2^9 \times 3^3} = 2^3 \times 3 = 24$$

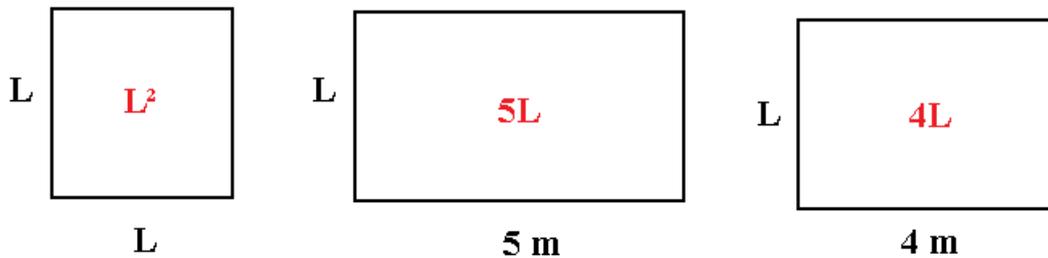
13824	2
6912	2
3456	2
1728	2
864	2
432	2
216	2
108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	$13824 = 2^9 \times 3^3$

IV) **Irracional**

1,21121112111121111 ... (não é uma dízima periódica)

**Resposta: C**

**Questão 7)**



$$\text{Área} = (\text{lado}) \times (\text{lado})$$

$$\text{Soma das áreas} = L^2 + 5L + 4L = 36$$

$$L^2 + 9L - 36 = 0$$

$$L = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 4(1)(-36)}}{2} = \frac{-9 \pm \sqrt{225}}{2} = \frac{-9 \pm 15}{2}$$

$$L_1 = \frac{-9 + 15}{2} = 3 \text{ e } L_2 = \frac{-9 - 15}{2} = -12 \text{ (lado negativo)}$$

$$\text{Área do Quarto Quadrado} = 3 \times 3 = 9 \text{ m}^2$$

**Resposta: B**

**Questão 8)**

Informações:

- Número de Pombas:  $X$

$$\text{Nós (X)} + \text{Outro tanto de nós (X)} + \text{Metade de nós } \left(\frac{X}{2}\right) + \text{Quarta parte de nós } \left(\frac{X}{4}\right) + \text{gavião (1)} = 100$$

$$X + X + \frac{X}{2} + \frac{X}{4} + 1 = 100$$

$$4X + 4X + 2X + X + 4 = 400$$

$$11X = 396$$

$$X = 36$$

$$36 = 2^2 \times 3^2 \rightarrow \text{N}^\circ \text{ de Divisores} = (2 + 1) \cdot (2 + 1) = 9$$

**Resposta: A**

### Questão 9)

#### Informações:

- Preço de 12 Laranjas = Preço de 10 Maçãs = X

→ Custo de uma dúzia de laranjas e uma dezena de maçãs:

$$\text{Custo} = X + X = 2X$$

→ Aumento da laranja:

$$\text{Novo Preço}_{\text{Laranja}} = X + 10\% \text{ de } X = X + \frac{10}{100}X = 1,1X$$

→ Redução da maçã:

$$\text{Novo Preço}_{\text{Maçã}} = X - 2\% \text{ de } X = X - \frac{2}{100}X = 0,98X$$

→ Novo custo de uma dúzia de laranjas e uma dezena de maçãs:

$$\text{Novo Custo} = \text{Novo Preço}_{\text{Laranja}} + \text{Novo Preço}_{\text{Maçã}} = 1,1X + 0,98X = 2,08X$$

→ Aumento percentual do custo:

O novo custo corresponde ao custo inicial mais uma porcentagem desse custo inicial

$$\text{Novo Custo} = \text{Custo} + Y\% \text{ do Custo}$$

$$2,08X = 2X + \frac{Y}{100} (2X)$$

$$2,08X = 2X + 0,02XY$$

$$2,08 = 2 + 0,02Y$$

$$0,02Y = 0,08$$

$$Y = 4$$

**Resposta: B**

**Questão 10)**

$$\frac{8}{\sqrt[3]{5} - 1}$$

→ Considere:  $a = \sqrt[3]{5}$  e  $b = 1$

$$a - b = \sqrt[3]{5} - 1$$

$$a^2 + ab + b^2 = \sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{5} + 1$$

Multiplicando o numerador e o denominador por  $\sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{5} + 1$

$$\frac{8}{\sqrt[3]{5} - 1} \times \frac{\sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{5} + 1}{\sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{5} + 1}$$

$$(\sqrt[3]{5} - 1) \times (\sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{5} + 1) = (\sqrt[3]{5})^3 - (1)^3$$

$$(a - b) \times (a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

$$\frac{8 [\sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{5} + 1]}{(\sqrt[3]{5})^3 - (1)^3} = \frac{8 [\sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{5} + 1]}{5 - 1} = \frac{8 [\sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{5} + 1]}{4} = 2 [\sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{5} + 1]$$

$$2 [\sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{5} + 1] = 2\sqrt[3]{25} + 2\sqrt[3]{5} + 2$$

O problema quer esse resultado na forma da soma de três raízes cúbicas

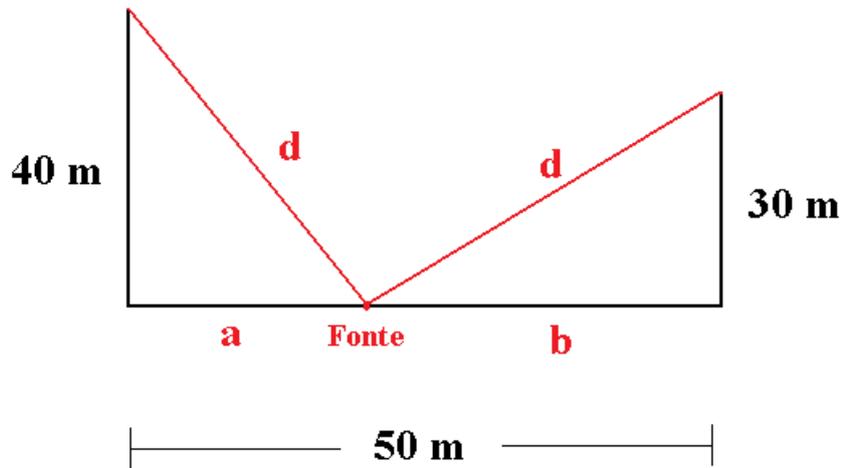
$$2\sqrt[3]{25} + 2\sqrt[3]{5} + 2 = \sqrt[3]{200} + \sqrt[3]{40} + \sqrt[3]{8}$$

$$a = 200, \quad b = 40, \quad c = 8$$

$$\frac{ac}{b} = \frac{200 \cdot 8}{40} = 40$$

**Resposta: D**

Questão 11)



$$a + b = 50\text{m}$$

→ Pitágoras

$$d^2 = 40^2 + a^2$$

$$d^2 = 30^2 + b^2$$

→ Igualando

$$40^2 + a^2 = 30^2 + b^2$$

$$b^2 - a^2 = 40^2 - 30^2$$

$$(b - a)(b + a) = 1600 - 900$$

$$(b - a)(50) = 700$$

$$b - a = 14$$

→ Sistema:

$$b - a = 14$$

$$b + a = 50$$

$$2b = 64 \rightarrow b = 32\text{ m}$$

**Resposta: D**

Questão 12)

$$0 < C, D, L, S < 9 \rightarrow C, D, L, S: \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

Obs.: As letras não podem assumir os valores 9 e 0!

$$\begin{array}{r} \phantom{+} \overset{1}{C} \overset{1}{9} C 0 \\ + C 9 L 0 \\ \hline S 9 D 0 \end{array}$$

$\boxed{1 + 9 + 9 = 19}$  (1 Dezena vinda de C + L)

$\boxed{1 + 2C = S}$  (S é ímpar  $\Rightarrow$  Múltiplo de 2 + 1)

$$\begin{array}{l} S = 7 \quad C = 3 \\ S = 5 \quad C = 2 \\ S = 3 \quad C = 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \phantom{+} \overset{1}{C} \overset{1}{9} C 0 \\ + C 9 L 0 \\ \hline S 9 D 0 \end{array}$$

$C = \{1, 2, 3\}$   $\boxed{C + L = 10 + D}$

$1 + 8 < 10$   
 $2 + 8 = 10 + 0$  (D = 0 Não pode)  
 $\boxed{3 + 8 = 10 + 1}$

$$C = 3 \quad D = 1 \quad L = 8 \quad S = 7$$

$$C + D + L + S = 3 + 1 + 8 + 7 = 19$$

**Resposta: B**

Questão 13)

$$x^2 - 5x + 3 = 0$$

$\rightarrow$  Se a é raiz da equação, vale:

$$a^2 - 5a + 3 = 0$$

$$(a - 4)(a - 1)(a - 7)(a + 2)$$

$$(a^2 - 5a + 4)(a^2 - 5a - 14)$$

$$(a^2 - 5a + 3 + 1)(a^2 - 5a + 3 - 17)$$

$$(0 + 1)(0 - 17)$$

$$(1)(-17) = -17$$

**Resposta: D**

**Questão 14)**

Informações:

- Quantidade de funcionários: 50

- Idade Média: 35

$$\text{Média} = \frac{\text{Soma das Idades dos Funcionários}}{\text{Quantidade de Funcionários}} = \frac{X}{50} = 35$$

$$X = 1750$$

$$\text{Nova Média} = \frac{(\text{Soma das Idades dos Funcionários}) - 44 - 50}{(\text{Quantidade de Funcionários}) - (2 \text{ Funcionários})} = \frac{X - 94}{48}$$

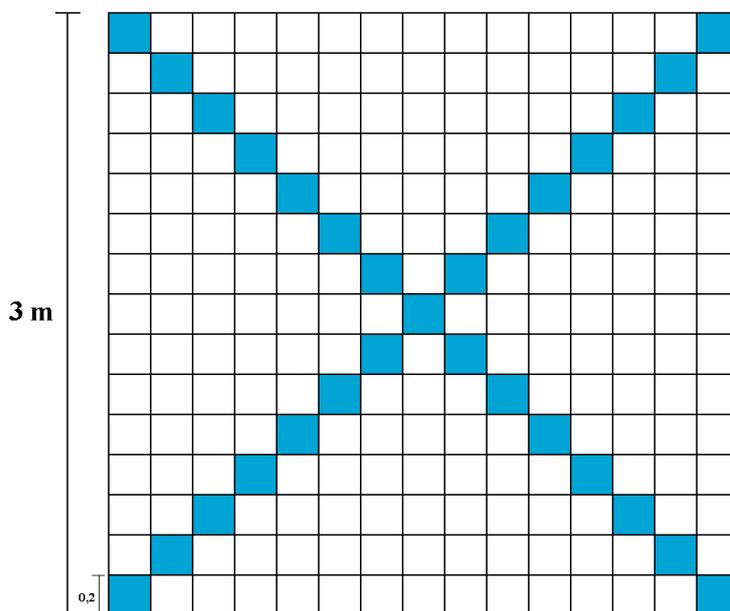
$$\text{Nova Média} = \frac{1750 - 94}{48} = \frac{1656}{48} = 34,5$$

→ Diferença entre as médias

$$\text{Média} - (\text{Nova Média}) = 35 - 34,5 = 0,5$$

**Resposta: A**

**Questão 15)**



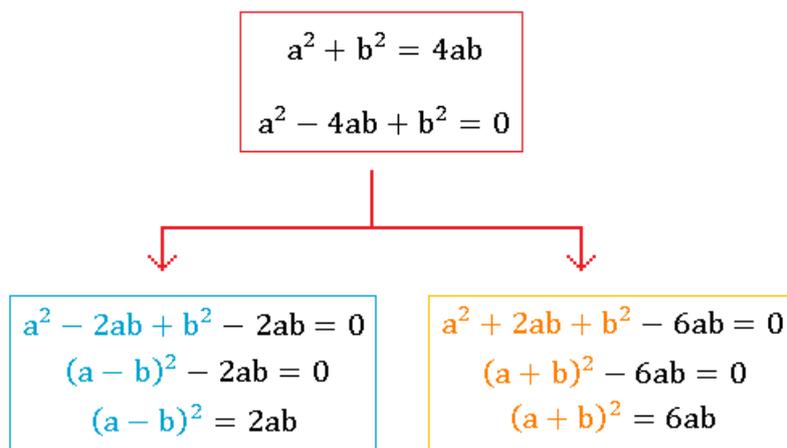
Total de Azulejos = 15 x 15 = 225

Azulejos azuis = 29

Azulejos Brancos = Total - Azuis = 225 - 29 = 196 (Divisível por 4)

**Resposta: A**

Questão 16)



$$(a + b)^2 = 3(a - b)^2$$

$$\frac{(a - b)^2}{(a + b)^2} = \frac{1}{3}$$

$$\left[\frac{(a - b)}{(a + b)}\right]^2 = \frac{1}{3}$$

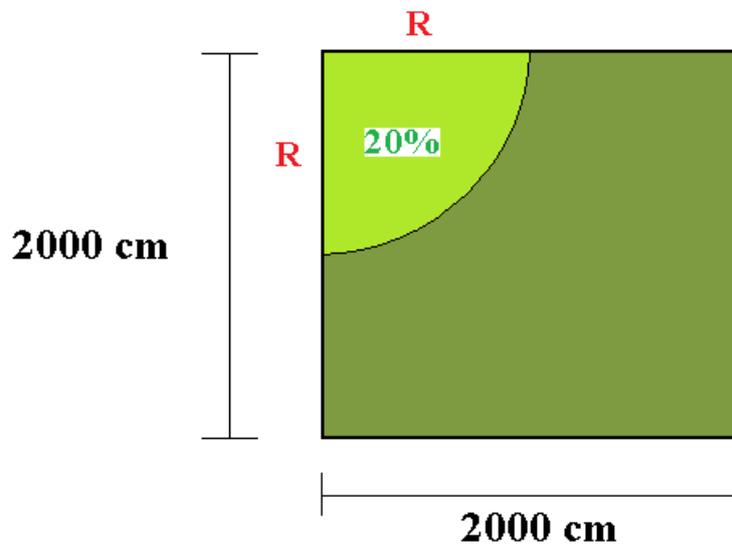
$$\frac{(a - b)}{(a + b)} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{(a - b)}{(a + b)} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

**Resposta: A**

**Questão 17)**

2 dam → 20 m → 200 dm → 2000 cm



$$\text{Área do Pasto} = 2000 \times 2000 = 4000000 \text{ cm}^2$$

$$\text{Pasto do Cavalo} = 20\% (\text{Área do Pasto}) = \frac{20}{100} (4000000) = 800000 \text{ cm}^2$$

→ A área do pasto do cavalo corresponde a um quarto da área de uma circunferência de raio R (comprimento da corda):

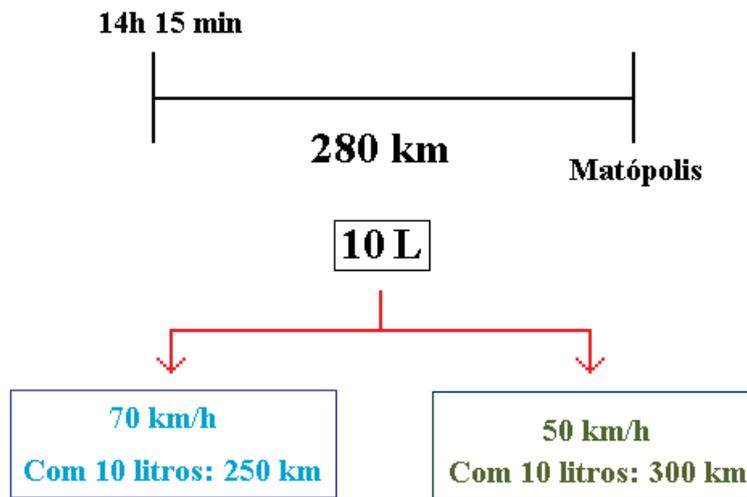
$$\text{Pasto do Cavalo} = \frac{\pi r^2}{4} = \frac{3 \cdot R^2}{4} = 800000$$

$$R^2 = \frac{4 \times 800000}{3} = \frac{32 \times 100000}{3}$$

$$R = \frac{\sqrt{32} \cdot \sqrt{100000}}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{2} \cdot 100\sqrt{10}}{\sqrt{3}} = \frac{400\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \frac{(400)(2)(2,2)}{(1,7)} \sim 1035$$

**Resposta: E**

Questão 18)

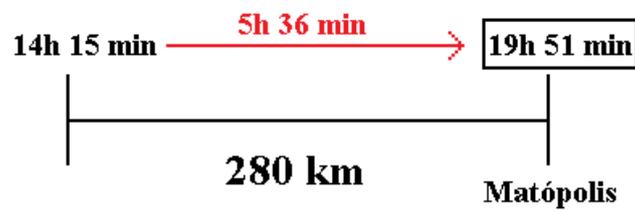


Percorrendo a distância a 70 km/h o combustível não será suficiente para completar a viagem.

→ Velocidade de 50 km/h:

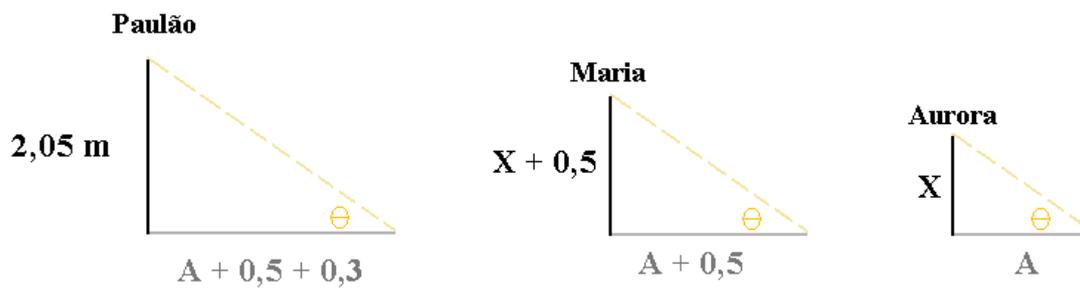
$$\begin{array}{l} 50 \text{ km} \rightarrow 1 \text{ h} \\ 280 \text{ km} \rightarrow X \end{array}$$

$$X = \frac{280}{50} = 5,6 \text{ h} \rightarrow 5 \text{ horas e } 36 \text{ minutos}$$



**Resposta: E**

Questão 19)



$$\operatorname{tg} \theta = \frac{X + 0,5}{A + 0,5} = \frac{X}{A}$$

$$XA + 0,5A = XA + 0,5X$$

$$A = X \rightarrow \theta = 45^\circ$$

→ Os triângulos retângulos são isósceles:

$$A + 0,5 + 0,3 = 2,05$$

$$A = 1,25$$

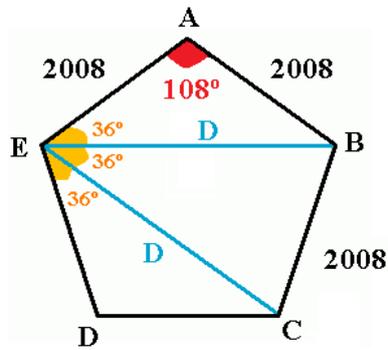
$$\text{Soma das Sombras (Maria + Aurora)} = A + A + 0,5 = 2A + 0,5 = 2(1,25) + 0,5 = 3 \text{ m}$$

**Resposta: C**

Questão 20)

$$L_5(\text{Lado Pentágono}) = 2008 \text{ m}$$

$$\text{Angulo interno } (A_i) = \frac{180 \cdot (n - 2)}{n} \rightarrow A_{i_5}(\text{Pentágono}) = \frac{180 \cdot (5 - 2)}{5} = 108^\circ$$



→ Lei dos cossenos no  $\triangle ABE$ :

$$BE^2 = D^2 + AE^2 - 2(D)(AE) \cos(36^\circ)$$

$$2008^2 = D^2 + 2008^2 - 2(D)(2008) \cdot \cos(36^\circ)$$

$$D^2 = 2(D)(2008) \cdot \cos(36^\circ)$$

$$D = 2 \cdot 2008 \cos(36^\circ) \rightarrow \cos(36^\circ) = \frac{D}{2 \cdot 2008}$$

→ Lei dos cossenos no  $\triangle EBC$ :

$$BC^2 = D^2 + D^2 - 2(D)(D) \cos(36^\circ)$$

$$2008^2 = 2D^2 - 2D^2 \cdot \cos(36^\circ)$$

→ Substituindo o valor do  $\cos(36^\circ)$ :

$$2008^2 = 2D^2 - 2D^2 \cdot \left( \frac{D}{2 \cdot 2008} \right)$$

$$2008^2 = 2D^2 - \frac{D^3}{2008}$$

$$D^3 - 2D^2 \cdot 2008 + 2008^3 = 0$$

$$D^3 - 2008D^2 - 2008D^2 + 2008^3 = 0$$

$$D^2(D - 2008) - 2008(D^2 - 2008^2) = 0$$

$$D^2(D - 2008) - 2008(D - 2008)(D + 2008) = 0$$

$$(D - 2008)[D^2 - 2008(D + 2008)] = 0$$

$$\rightarrow D - 2008 = 0$$

$$D - 2008 = 0 \rightarrow D = 2008$$

A medida diagonal não pode ser igual ao valor dos lados, pois o  $\triangle EBC$  seria equilátero

$$\rightarrow [D^2 - 2008(D + 2008)] = 0$$

$$D^2 - 2008(D + 2008) = 0$$

$$D^2 - 2008D - 2008^2 = 0$$

$$D = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{2008 \pm \sqrt{(2008)^2 - 4(2008)^2}}{2} = \frac{2008 \pm \sqrt{5(2008)^2}}{2} = \frac{2008 \pm 2008\sqrt{5}}{2}$$

$$D_1 = 1004 - 1004\sqrt{5} = \mathbf{1004(1 - \sqrt{5})} \rightarrow \text{Valor Negativo}$$

$$D_2 = 1004 + 1004\sqrt{5} = \mathbf{1004(1 + \sqrt{5})}$$

**Resposta: E**