

Colégio Militar do Rio de Janeiro

Concurso de Admissão ao 1º ano do Ensino Médio – 2003/2004

Prova de Matemática – 25 de Outubro de 2003

Prova Resolvida

<http://estudareconquistar.wordpress.com/>

Prova e Gabarito Oficial: <http://estudareconquistar.wordpress.com/downloads/>

CMRJ: <http://www.cmrj.ensino.eb.br/Admissao/principal.html>

Setembro 2013

Questão 1)

Informações:

- Preço da Gasolina: X

→ Aumento de 10%

$$X + \frac{10}{100}X = 1,1X$$

→ Aumento de 8%

$$1,1X + \frac{8}{100} 1,1X = 1,188X$$

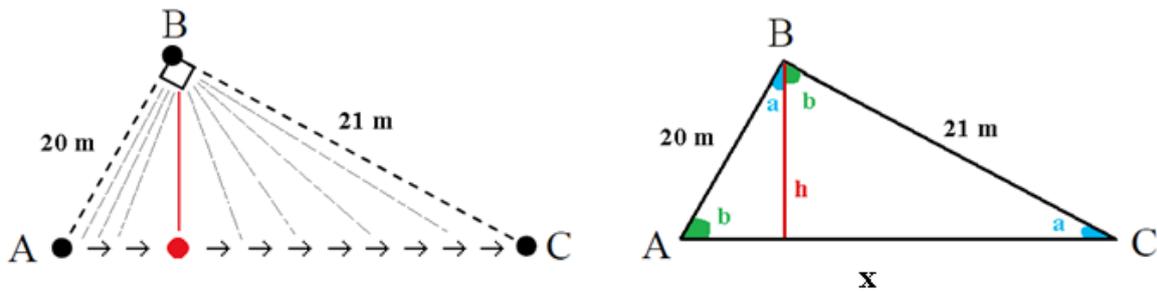
→ Redução de 5%

$$1,188X - \frac{5}{100} 1,188X = 1,1286X$$

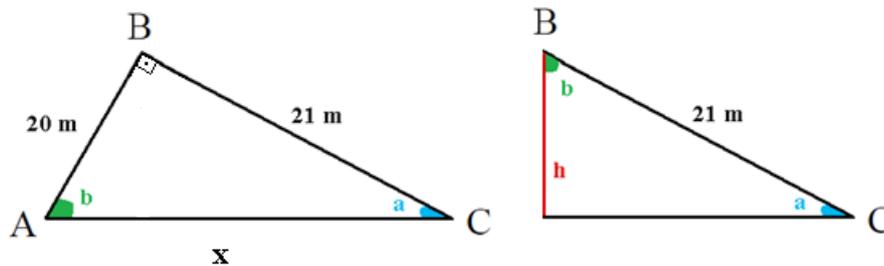
$$1,1286X = X + 0,1286X = X + \frac{12,86}{100} X = X + 12,86\% X$$

Resposta: B

Questão 2)



A menos distância entre os jogadores corresponde à altura do triângulo retângulo ABC.



$$\cos(b) = \frac{20}{x}$$

$$\cos(b) = \frac{h}{21}$$

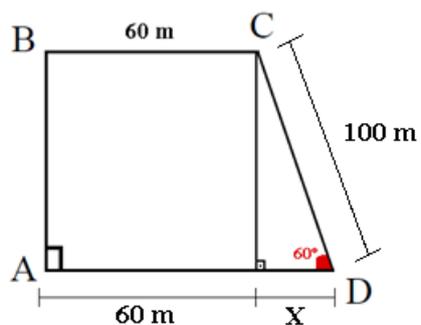
$$x^2 = 20^2 + 21^2 \rightarrow x^2 = 841 \rightarrow x = 29 \text{ m}$$

$$\cos(b) = \frac{h}{21} = \frac{20}{x}$$

$$h = \frac{20 \times 21}{x} = \frac{20 \times 21}{29} \rightarrow h = 14,48 \text{ m}$$

Resposta: D

Questão 3)



$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2} = \frac{X}{CD} \rightarrow X = \frac{CD}{2} = \frac{100}{2} = 50 \text{ m}$$

$$AD = 110 \text{ m}$$

$$\text{Tamanho da cerca} = 60 + 110 + 100 = 270 \text{ m}$$

→ Propostas

$$\text{José} = \text{R\$ } 1.600,00$$

$$\text{Gomes} = 6 \times 270 = \text{R\$ } 1.620,00$$

$$\text{Reinaldo} = 150 + 5 \times 270 = 150 + 1350 = \text{R\$ } 1.500,00$$

$$\text{Marcelo} = 700 + 3 \times 270 = 700 + 810 = \text{R\$ } 1.510,00$$

$$\text{Genaro} = 2000 - 270 = \text{R\$ } 1.730,00$$

Resposta: C

Questão 4)

$$M = \frac{1 + \sqrt[3]{2}}{1 + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}} \quad N = \frac{\sqrt[3]{16} - 1}{\sqrt[3]{4} + 1}$$

$$\frac{M}{N} = \frac{1 + \sqrt[3]{2}}{1 + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}} \times \frac{\sqrt[3]{4} + 1}{\sqrt[3]{16} - 1}$$

$$\frac{M}{N} = \frac{1 + \sqrt[3]{2}}{1 + \sqrt[3]{2} + (\sqrt[3]{2})^2} \times \frac{(\sqrt[3]{2})^2 + 1}{(\sqrt[3]{2})^4 - 1}$$

$$\frac{1 + \sqrt[3]{2}}{1 + \sqrt[3]{2} + (\sqrt[3]{2})^2} \times \frac{(\sqrt[3]{2})^2 + 1}{[(\sqrt[3]{2})^2 - 1] \times [(\sqrt[3]{2})^2 + 1]}$$

$$\frac{1 + \sqrt[3]{2}}{1 + \sqrt[3]{2} + (\sqrt[3]{2})^2} \times \frac{1}{(\sqrt[3]{2})^2 - 1}$$

$$\frac{1 + \sqrt[3]{2}}{1 + \sqrt[3]{2} + (\sqrt[3]{2})^2} \times \frac{1}{[\sqrt[3]{2} + 1] \times [\sqrt[3]{2} - 1]}$$

$$\frac{1}{1 + \sqrt[3]{2} + (\sqrt[3]{2})^2} \times \frac{1}{\sqrt[3]{2} - 1} = \frac{1}{\sqrt[3]{2} + (\sqrt[3]{2})^2 + (\sqrt[3]{2})^3 - 1 - \sqrt[3]{2} - (\sqrt[3]{2})^2} = \frac{1}{2 - 1} = 1$$

Resposta: A

Questão 5)

$$\left(\frac{a}{a+y} + \frac{y}{a-y}\right) \div \left(\frac{y}{a+y} - \frac{a}{a-y}\right) = -1$$

→ Condições

$$a + y \neq 0 \text{ e } a - y \neq 0$$

$$y \neq a \text{ e } y \neq -a$$

$$\left(\frac{a(a-y) + y(a+y)}{a^2 - y^2}\right) \div \left(\frac{y(a-y) - a(a+y)}{a^2 - y^2}\right) = -1$$

$$\left(\frac{a(a-y) + y(a+y)}{a^2 - y^2}\right) \times \left(\frac{a^2 - y^2}{y(a-y) - a(a+y)}\right) = -1$$

$$\frac{a(a-y) + y(a+y)}{y(a-y) - a(a+y)} = -1$$

$$a(a-y) + y(a+y) = -y(a-y) + a(a+y)$$

$$a^2 - ay + ay + y^2 = -ay + y^2 + a^2 + ay$$

$$a^2 + y^2 = y^2 + a^2$$

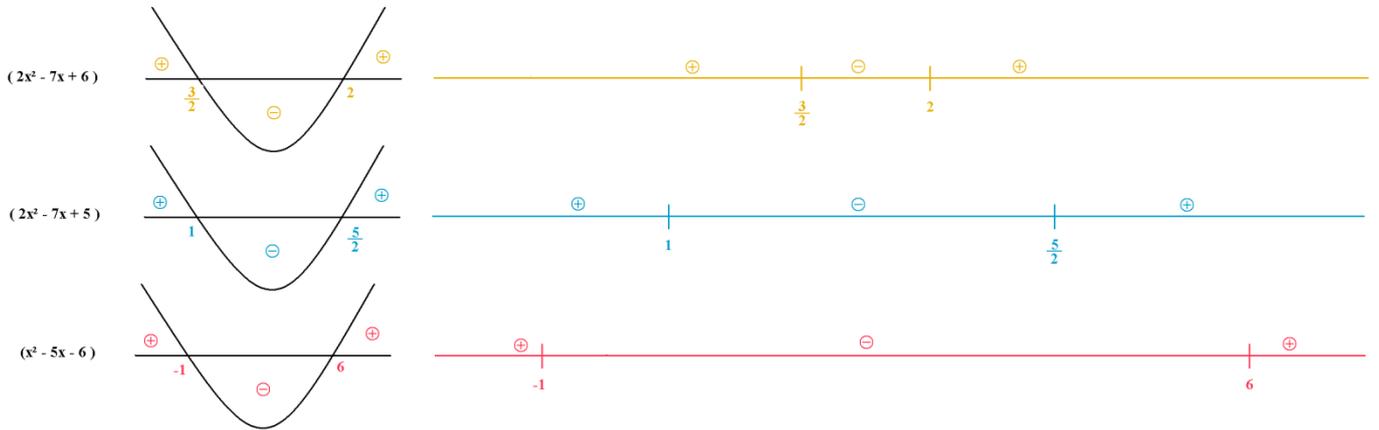
$$0 = 0$$

Todos os valores de y satisfazem a equação, exceto dois:

$$y = a \text{ e } y = -a$$

Resposta: C

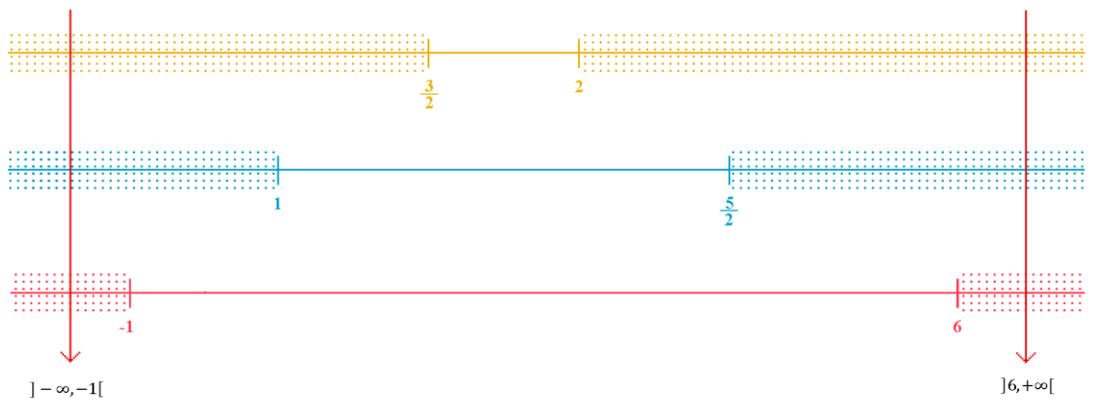
Questão 6)



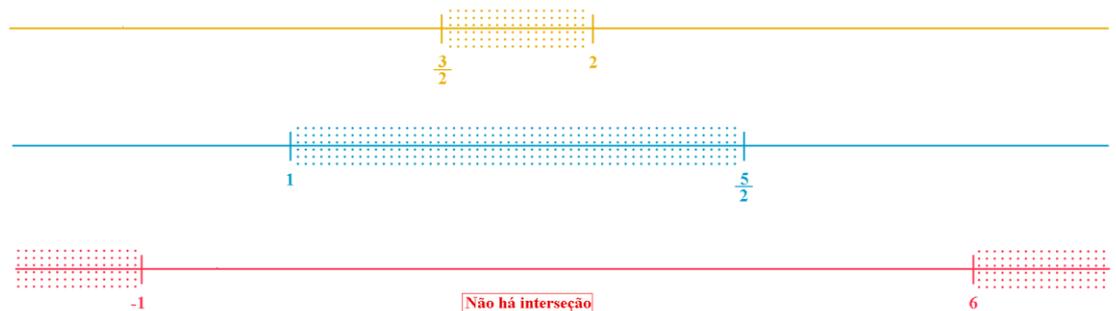
→ Para que a função seja válida em \mathbb{R} :

$$\frac{(2x^2 - 7x + 6)(2x^2 - 7x + 5)}{x^2 - 5x - 6} > 0 \quad e \quad x^2 - 5x - 6 \neq 0 \rightarrow x \neq -1 \text{ e } x \neq 6$$

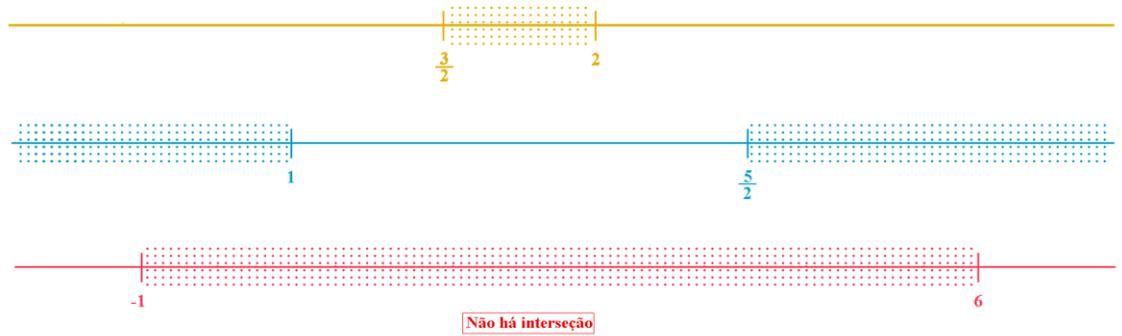
$$\frac{\oplus (2x^2 - 7x + 6) \oplus (2x^2 - 7x + 5)}{\oplus (x^2 - 5x - 6)} > 0$$



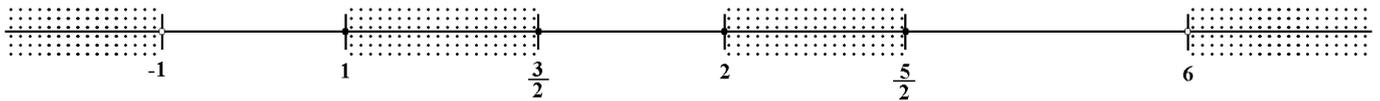
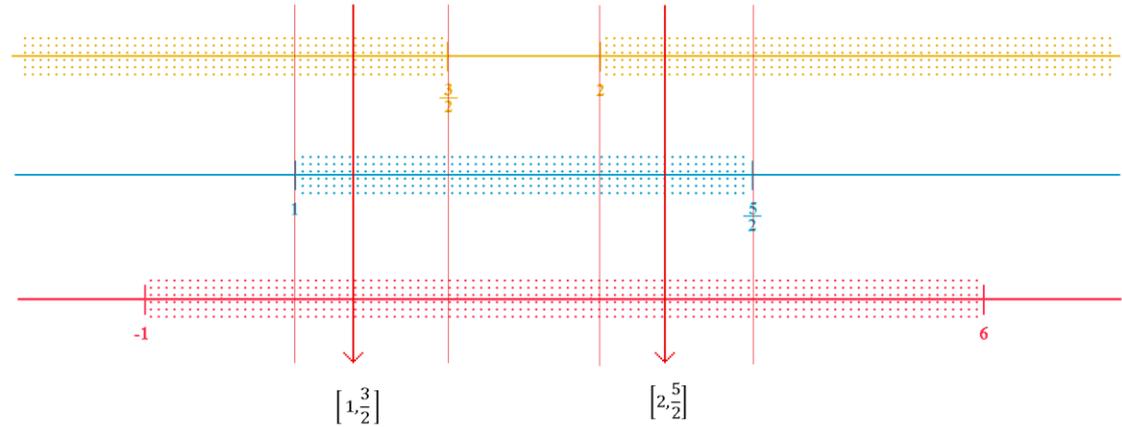
$$\frac{\ominus (2x^2 - 7x + 6) \ominus (2x^2 - 7x + 5)}{\oplus (x^2 - 5x - 6)} > 0$$



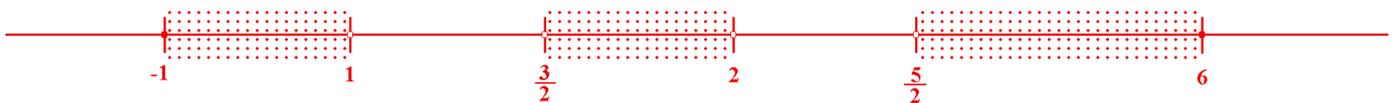
$$\frac{(2x^2 - 7x + 6)(2x^2 - 7x + 5)}{x^2 - 5x - 6} > 0$$



$$\frac{(2x^2 - 7x + 6)(2x^2 - 7x + 5)}{x^2 - 5x - 6} > 0$$



$$D =] -\infty, -1[\cup \left[1, \frac{3}{2} \right] \cup \left[2, \frac{5}{2} \right] \cup] 6, +\infty[$$



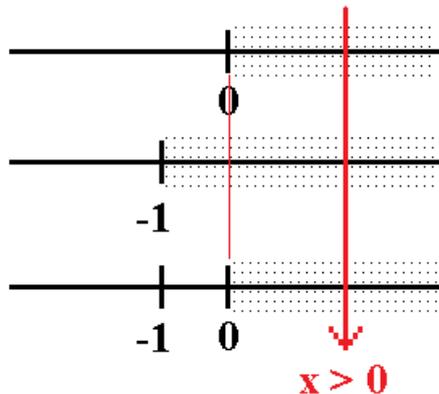
$$\text{Complementar de } D = [-1, 1[\cup] \frac{3}{2}, 2[\cup] \frac{5}{2}, 6[$$

Resposta: C

Questão 7)

$$\sqrt{x+1} = x$$

$$\text{Condição} \rightarrow x+1 > 0 \quad \text{e} \quad x > 0$$



→ Elevando os dois lados ao quadrado:

$$x+1 = x^2$$

$$x^2 - x - 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(1)(-1) = 1 + 4 = 5$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{5}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$x_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \sim 1,6 \quad x_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \sim -0,618$$

A única raiz que obedece a condição é $x = 1,6$

$$0 < x = 1,6 < 2$$

Resposta: A

Questão 8)

Equação: $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$

→ **Raízes: s e r**

$$r + s = -\frac{b}{a} \quad rs = \frac{c}{a}$$

→ $(r + s)^2$

$$(r + s)^2 = \left(-\frac{b}{a}\right)^2$$

$$r^2 + 2rs + s^2 = \frac{b^2}{a^2}$$

$$r^2 + 2\left(\frac{c}{a}\right) + s^2 = \frac{b^2}{a^2}$$

$$r^2 + s^2 = \frac{b^2}{a^2} - \frac{2c}{a}$$

$$r^4 + r^2s^2 + s^4 = (r^2 + s^2)^2 - (rs)^2$$

$$\left(\frac{b^2}{a^2} - \frac{2c}{a}\right)^2 - \left[\frac{c}{a}\right]^2$$

$$\left(\frac{b^2a - 2ac}{a^2}\right)^2 - \frac{c^2}{a^2}$$

$$\frac{(b^2a - 2ac)^2}{a^4} - \frac{c^2a^2}{a^4}$$

$$\frac{[b^2a - 2ac + ca][b^2a - 2ac - ca]}{a^4}$$

$$\frac{[b^2a - ac][b^2a - 3ac]}{a^4}$$

Resposta: E

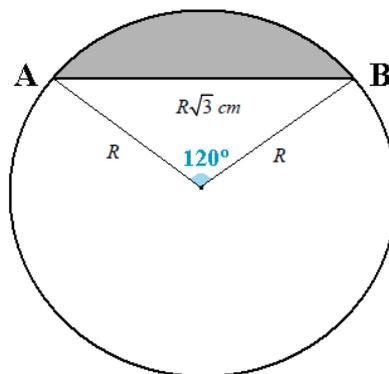
Questão 9)

$$f(1) = 1$$

$f(2) \rightarrow f(1 + 1) \rightarrow x = 1 \rightarrow 2f(1) + 1 = 2 \times 1 + 1 = 3$
$f(3) \rightarrow f(2 + 1) \rightarrow x = 2 \rightarrow 2f(2) + 1 = 2 \times 3 + 1 = 7$
$f(4) \rightarrow f(3 + 1) \rightarrow x = 3 \rightarrow 2f(3) + 1 = 2 \times 7 + 1 = 15$
$f(5) \rightarrow f(4 + 1) \rightarrow x = 4 \rightarrow 2f(4) + 1 = 2 \times 15 + 1 = 31$

Resposta: E

Questão 10)



A corda AB corresponde ao lado do triângulo equilátero inscrito no círculo. Assim, a área sombreada é equivalente a:

$$\text{Área sombreada} = \frac{\text{Área Círculo} - \text{Área Triângulo}}{3}$$

$$4\pi - 3\sqrt{3} = \frac{\pi R^2 - \frac{L^2\sqrt{3}}{4}}{3} \quad L = R\sqrt{3}$$

$$4\pi - 3\sqrt{3} = \frac{\pi R^2 - \frac{(R\sqrt{3})^2\sqrt{3}}{4}}{3}$$

$$4\pi - 3\sqrt{3} = \frac{4\pi R^2 - 3R^2\sqrt{3}}{12}$$

$$R^2 [4\pi - 3\sqrt{3}] = 12 [4\pi - 3\sqrt{3}]$$

$$R^2 = 12 \rightarrow R = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

Resposta: A

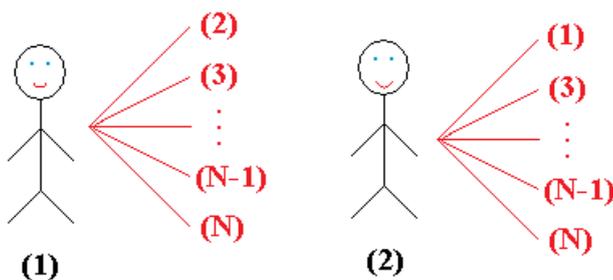
Questão 11) ANULADA

Questão 12)

Informações:

- Nº de pessoas na confraternização: N

Cada uma das N pessoas cumprimenta todas as outras - exceto ela mesma - totalizando N-1 cumprimentos por pessoa. No entanto, entre os cumprimentos da pessoa (1) está a pessoa (2) e entre os cumprimentos da pessoa (2) está a pessoa (1), de forma que contamos os cumprimentos duas vezes. Assim, o total de apertos de mão é:



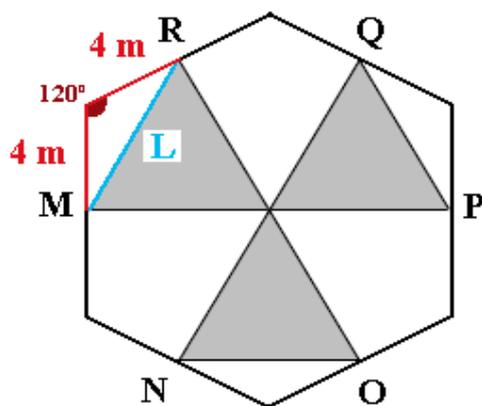
$$\text{Nº apertos de mão} = \frac{N(N-1)}{2}$$

$$\frac{N(N-1)}{2} = 105$$
$$N^2 - N - 210 = 0$$

$$N = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4(1)(-210)}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{841}}{2} \rightarrow N = 15$$

Resposta: E

Questão 13)



Lei dos cossenos $\rightarrow L^2 = (4)^2 + (4)^2 - 2 \cdot (4) \cdot (4) \cdot \cos 120^\circ$

$$L^2 = 16 + 16 - 32 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$L^2 = 16 + 16 + 16 = 48$$

$$L = 4\sqrt{3} \text{ m}$$

A área da figura corresponde a três triângulos equiláteros cujos lados medem $4\sqrt{3} \text{ m}$

$$\text{Área} = 3 \times \left(\frac{L^2\sqrt{3}}{4}\right) = 3 \times \frac{48\sqrt{3}}{4} = 36\sqrt{3} \text{ m}^2$$

Resposta: C

Questão 14)

$$\frac{x^2 - x + 2}{2a + 3b} \Big| \frac{x + 3a}{x - b}$$

$$\begin{aligned}(x - b)(x + 3a) + 2a + 3b &= x^2 - x + 2 \\ x^2 + 3ax - bx - 3ab + 2a + 3b &= x^2 - x + 2 \\ x^2 + [3a - b]x - 3ab + 2a + 3b &= x^2 - 1x + 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}3a - b &= -1 \rightarrow b = 3a + 1 \\ 2a + 3b - 3ab &= 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2a + 3[3a + 1] - 3a[3a + 1] &= 2 \\ 2a + 9a + 3 - 9a^2 - 3a &= 2 \\ -9a^2 + 8a + 1 &= 0\end{aligned}$$

$$a = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4(-9)(1)}}{2(-9)} = \frac{-8 \pm \sqrt{100}}{-18} = \frac{-8 \pm 10}{-18} \rightarrow a_1 = 1 \text{ e } a_2 = -\frac{1}{9} \text{ (não é um valor inteiro)}$$

$$3a - b = -1 \rightarrow 3 - b = -1 \rightarrow b = 4$$

$$a + b = 1 + 4 = 5$$

Resposta: A

Questão 15)

Informações:

- Horas extras trabalhadas: X

$$\text{Salário} = 650 + 15X \geq 1000$$

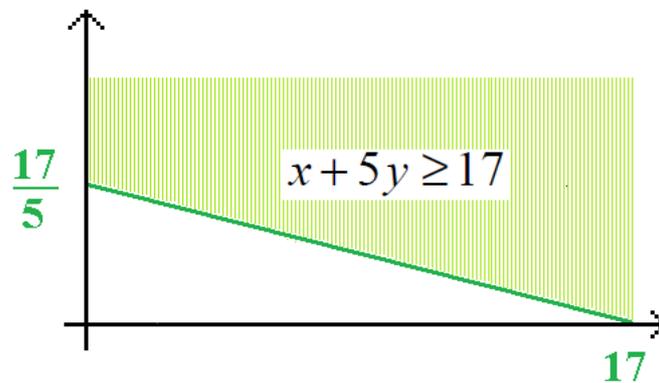
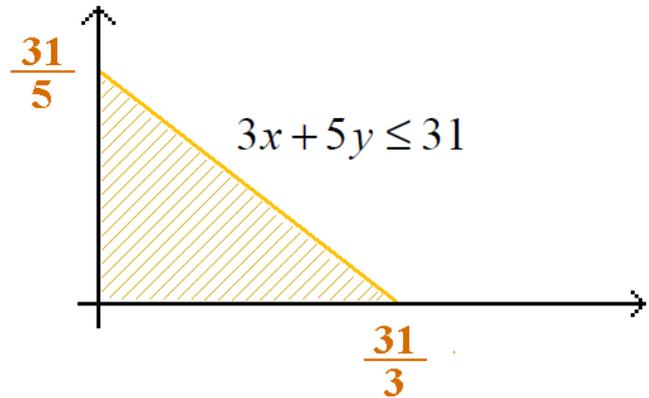
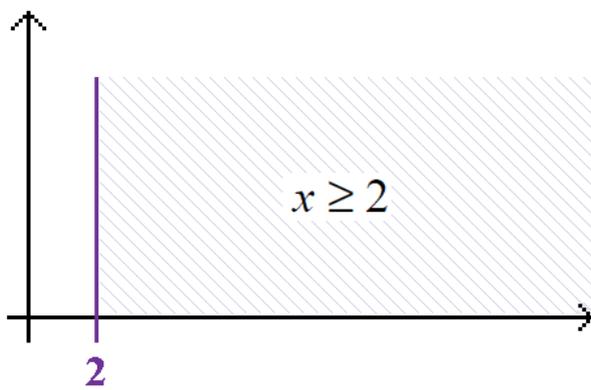
$$15X \geq 350$$

$$x \geq 23,33$$

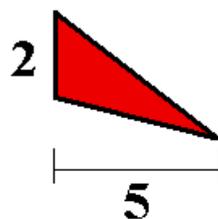
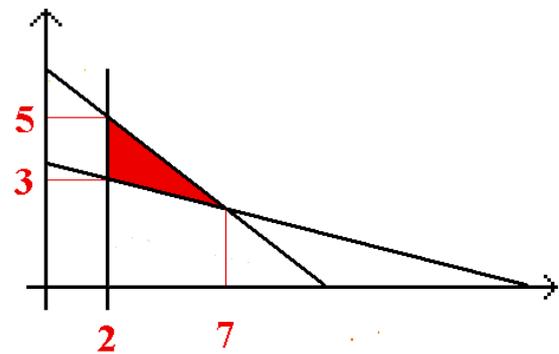
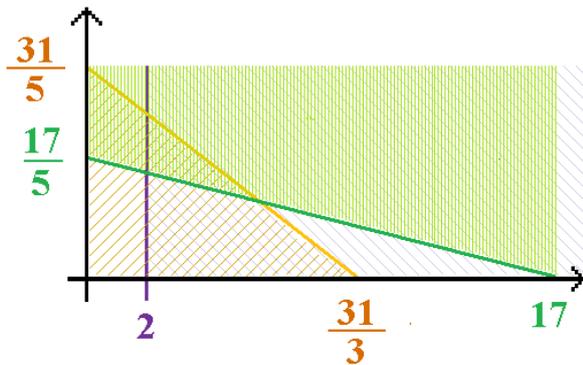
Resposta: D

Questão 16)

→ Regiões



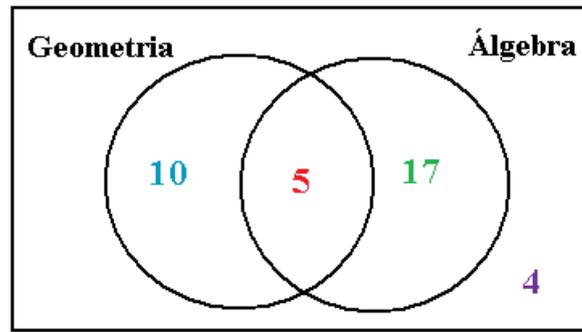
→ Interseção



$$\text{Área triângulo} = \frac{\text{Base} \cdot \text{Altura}}{2} = \frac{2 \cdot 5}{2} = 5 \text{ cm}^2$$

Resposta: D

Questão 17)



5 → Gostam de geometria

10 → Gostam só de geometria

22 → Gostam de álgebra

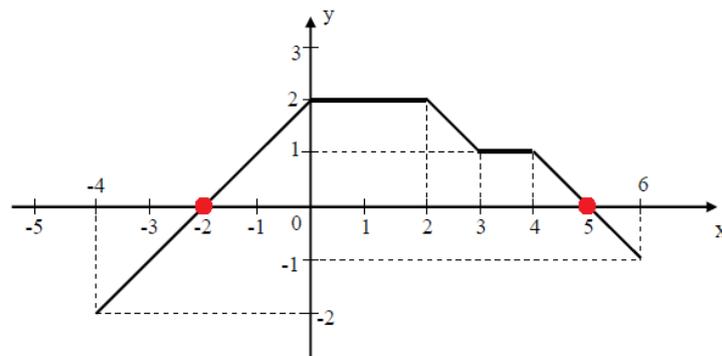
4 → Não gostam desses ramos da matemática

$$\text{Total de Alunos} = 5 + 10 + 17 + 4 = 36$$

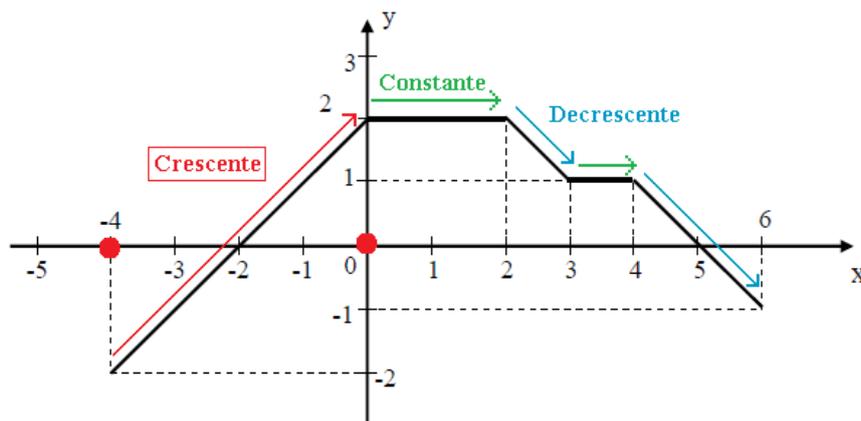
Resposta: B

Questão 18)

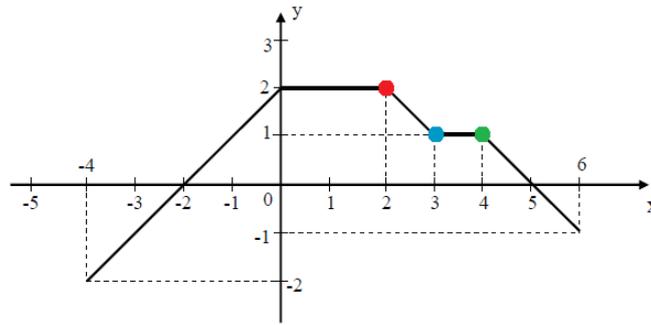
A) VERDADEIRO



B) VERDADEIRO



C) VERDADEIRO

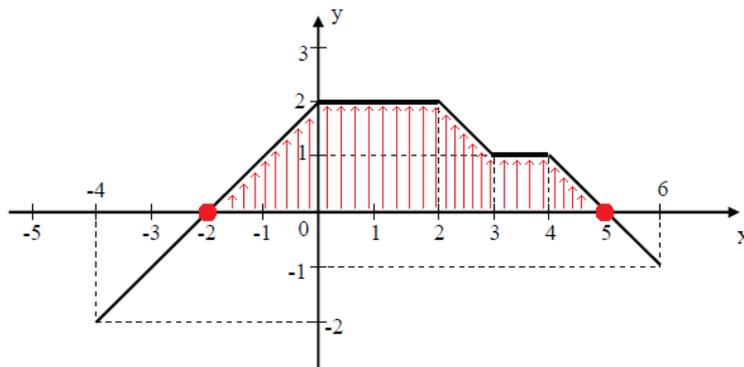


$$f(2) = f(3) + f(4)$$

$$2 = 1 + 1$$

$$2 = 2$$

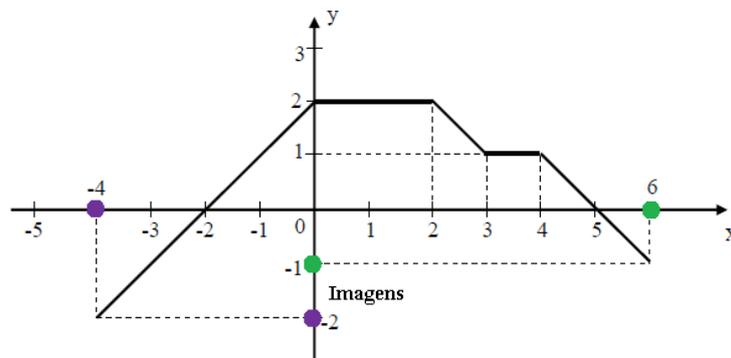
D) FALSO



$$f(x) > 0 \text{ se } -2 < x < 5$$

$$\text{Em } x = 2 \text{ e } x = 5 \rightarrow f(x) = 0$$

E) VERDADEIRO



$$\text{Imagem de } -4 \rightarrow f(-4) = -2$$

$$\text{Imagem de } 6 \rightarrow f(6) = -1$$

$$\text{Soma} = -1 - 2 = -3$$

Resposta: D

Questão 19)Informações:- Órbita_{Alfa} = 36.000 km- Tempo_{Alfa} = 1h 30 min = 1,5h- Órbita_{Beta} = 28.000 km- $V_{\text{Beta}} = \frac{2}{3} V_{\text{Alfa}}$

$$\text{Velocidade do satélite} = \frac{\text{Órbita}}{\text{Tempo}}$$

$$\text{Velocidade}_{\text{Alfa}} = \frac{\text{Órbita}_{\text{Alfa}}}{\text{Tempo}_{\text{Alfa}}} = \frac{36000}{1,5} = 24.000 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$\text{Velocidade}_{\text{Beta}} = \frac{\text{Órbita}_{\text{Beta}}}{\text{Tempo}_{\text{Beta}}} = \frac{2}{3} \text{Velocidade}_{\text{Alfa}} \rightarrow \frac{28000}{\text{Tempo}_{\text{Beta}}} = \frac{2}{3} \times 24000$$

$$\text{Tempo}_{\text{Beta}} = \frac{28000 \times 3}{24000 \times 2} = 1,75\text{h} \rightarrow 1\text{h } 0,75\text{h} \rightarrow 1\text{h } 0,75 \times 60 \text{ min} \rightarrow 1\text{h } 45 \text{ min}$$

Resposta: B**Questão 20)**

	Tipo de Peça	%	Quantidade de Peças	Valor Unitário	Total
400 Peças	A	15	60	R\$ 25,00	R\$ 1.500,00
	B	20	80	R\$ 20,00	R\$ 1.600,00
	C	30	120	R\$ 15,00	R\$ 1.800,00
	D	35	140	R\$ 10,00	R\$ 1.400,00

$$\text{Gasto (A + C)} = 1500 + 1800 = \text{R\$ } 3.300,00$$

Resposta: E