Colégio Militar de Fortaleza

Concurso de Admissão ao 1º ano do Ensino Médio – 2012/2013

Prova de Matemática

Prova Resolvida

http://estudareconquistar.wordpress.com/

Prova e Gabarito: http://estudareconquistar.wordpress.com/downloads/

CMF: http://www.cmf.ensino.eb.br/sistemas/inscricao/

Novembro 2013

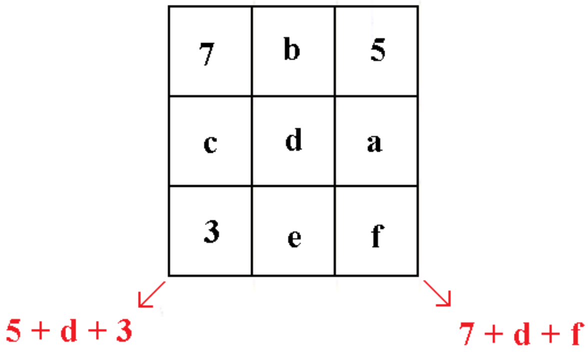
Questão 1)

7	b	5
c	d	a
3	e	f

$$\text{Soma Total} = a + b + c + d + e + f + 7 + 5 + 3 = 36$$

$$\mathbf{a + b + c + d + e + f = 21}$$

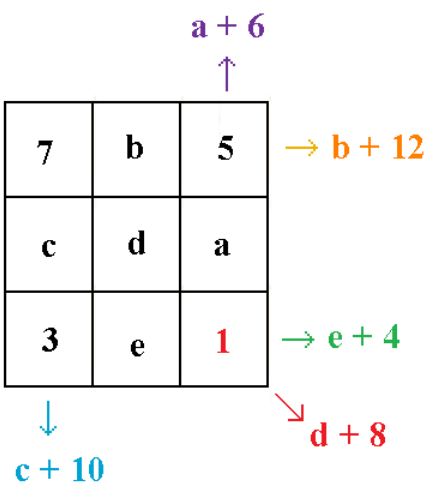
→ A soma das diagonais resulta no mesmo valor



$$5 + d + 3 = 7 + d + f$$

$$f + 7 = 8 \ \rightarrow f = 1$$

→ A soma dos números contidos nas linhas e colunas apresenta o mesmo valor:



$$a + 6 = b + 12 = c + 10 = d + 8 = e + 4$$

→ Colocando todas as variáveis em função de a (número que se deseja encontrar):

$$b = a - 6 \quad c = a - 4 \quad d = a - 2 \quad e = a + 2$$

→ Substituindo os valores:

$$\mathbf{a + b + c + d + e + f = 21}$$

$$a + (a - 6) + (a - 4) + (a - 2) + (a + 2) + 1 = 21$$
$$5a = 30$$
$$a = 6$$

7	0	5
2	4	$\boxed{6}$
3	8	1

<u>Resposta</u>: D

Questão 2)

Dois números ímpares consecutivos: A e A + 2

→ Diferença dos quadrados:

$$(A + 2)^2 - A^2 = N$$
$$A^2 + 4A + 4 - A^2 = N$$
$$4(A + 1) = N$$

Sabendo que A é um número impar, a parcela (A + 1) é um número par:

$$4\underbrace{(A + 1)}_{\text{Par (Múltiplo de 2)}} = N$$

Assim, N corresponde a um número que possui os fatores 4 e 2, ou seja, é um múltiplo de 8.

<u>Resposta</u>: A

Questão 3)

Informações:

- Valor de fábrica: F

→ Valor de venda mínimo:

$$\mathrm{F} + 23\% \text{ de } \mathrm{F} = \mathrm{F} + \frac{23}{100}\mathrm{F} = 1{,}23\mathrm{F}$$

→ Valor da tabela ao consumidor:

$$\mathrm{F} + 50\% \text{ de } \mathrm{F} = \mathrm{F} + \frac{50}{100}\mathrm{F} = 1{,}5\ \mathrm{F}$$

→ Desconto X aplicado ao valor do consumidor tal que atinja o valor mínimo de venda:

$$\text{Valor do Consumidor} - \mathrm{X}\ \% \text{ do Valor do Consumidor} = \text{Valor Mínimo de Venda}$$

$$1{,}5\mathrm{F} - \mathrm{X}\% \text{ de } 1{,}5\mathrm{F} = 1{,}23\ \mathrm{F}$$

$$1{,}5\mathrm{F} - \frac{\mathrm{X}}{100}(1{,}5\mathrm{F}) = 1{,}23\mathrm{F}$$

$$1{,}5\mathrm{F} - 0{,}015\mathrm{XF} = 1{,}23\mathrm{F}$$

$$0{,}015\mathrm{X} = 1{,}5 - 1{,}23 = 0{,}27$$

$$\mathrm{X} = \frac{0{,}27}{0{,}015} = 18$$

Resposta: C

Questão 4)

$$\frac{2^{n+8} - 16.\,2^{n+1}}{7.\,2^{n+4}} - 1$$

$$\frac{2^{n}.\,2^{8} - 2^{4}.\,2^{n}.\,2^{1}}{7.\,2^{n}.\,2^{4}} - 1 = \frac{2^{n}.\,2^{8} - 2^{n}.\,2^{5}}{7.\,2^{n}.\,2^{4}} - 1$$

$$\frac{2^{5}.\,2^{n}[2^{3} - 1]}{7.\,2^{n}.\,2^{4}} - 1$$

$$\frac{2.\,[7]}{7} - 1 = 2 - 1 = 1$$

Resposta: B

Questão 5)

→ Escala 1:150

$$1 \text{ cm no desenho} = 150 \text{ cm na realidade}$$

→ Comprimento

$$\begin{array}{ccc} 1 \text{ cm na maquete} & \rightarrow & 150 \text{ cm real} \\ X & \rightarrow & 3000 \text{ cm} \end{array}$$

$$X = \frac{3000}{150} = 20 \text{ cm na maquete}$$

→ Largura

$$\begin{array}{ccc} 1 \text{ cm na maquete} & \rightarrow & 150 \text{ cm real} \\ Y & \rightarrow & 1200 \text{ cm} \end{array}$$

$$Y = \frac{1200}{150} = 8 \text{ cm na maquete}$$

<u>Resposta</u>: A

Questão 6)

$$\begin{array}{ccc} \frac{2}{5} \text{ da encomenda} & \rightarrow & 18 \text{ dias} \\ \frac{3}{5} \text{ da encomenda} & \rightarrow & X \end{array}$$

$$\frac{2}{5}\,X = \frac{3}{5} \text{ x } 18$$

$$X = \frac{3\text{x}18}{2} = 27 \text{ dias}$$

<u>Resposta</u>: C

Questão 7)

Informações:

- Volume total de limonada: 7,7 litros

→ Proporção de 2 para 9:

A cada 2 litros de suco de limão, Dona Salete adiciona 9 litros de água. Assim, a cada X litros de suco de limão, deverão ser adicionados:

$$\begin{array}{ccc} 2 \text{ l suco de limão} & \rightarrow & 9 \text{ l de água} \\ X & \rightarrow & Y \end{array}$$

$$Y = \frac{9X}{2} \text{ de água}$$

→ Resolvendo o sistema:

$$\begin{cases} X + Y = 7{,}7 \\ Y = \dfrac{9X}{2} \end{cases}$$

$$X + \frac{9X}{2} = 7{,}7$$

$$2X + 9X = 15{,}4$$

$$11X = 15{,}4 \ \rightarrow X = \frac{15{,}4}{11} = 1{,}4 \text{ l de suco de limão}$$

$$Y = \frac{9 \text{ x } 1{,}4}{2} = 6{,}3 \text{ l de água}$$

Resposta: B

Questão 8)

→ 40^{o} C:

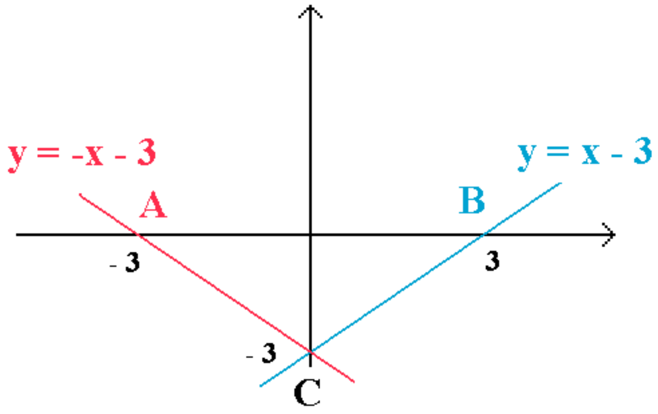
Fahrenheit (^{o}F)	**Kelvin (K)**
$\frac{40}{5} = \frac{F - 32}{9}$ $F - 32 = 8 \text{ x } 9$ $F = 72 + 32 = 104\ ^{0}F$	$\frac{40}{5} = \frac{K - 273}{5}$ $K = 40 + 273 = 313$

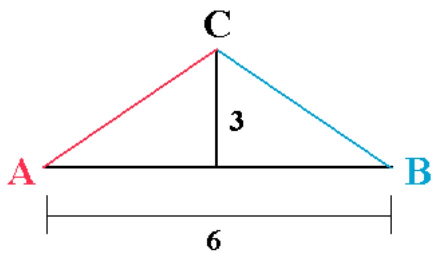
→ - 40º C:

Fahrenheit (ºF)	Kelvin (K)
$\frac{-40}{5} = \frac{F-32}{9}$ $F - 32 = -(8 \times 9)$ $F = -72 + 32 = \mathbf{-40\ ^0F}$	$\frac{-40}{5} = \frac{K-273}{5}$ $K = -40 + 273 = 233$

Resposta: D

Questão 9)

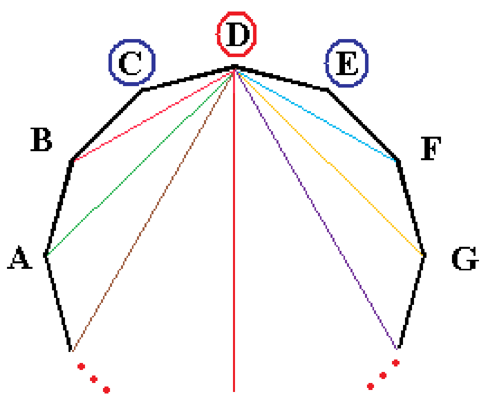




$$\text{Área} = \frac{\text{Base x Altura}}{2} = \frac{6 \times 3}{2} = 3 \times 3 = 9$$

Resposta: B

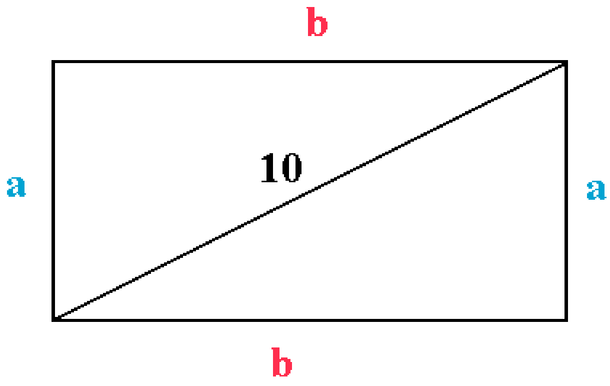
Questão 10)



De cada vértice, partem diagonais para todos os outros vértices exceto o próprio vértice de partida e os dois adjacentes. Assim, de cada um dos N vértices, partem N – 3 diagonais.

Resposta: D

Questão 11)



$$\text{Área do Retângulo} = ab = 48\ m^2$$

→ Pitágoras:

$$(10)^2 = a^2 + b^2$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a + b)^2 = 10^2 + 2\ (48)$$

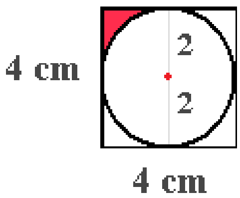
$$(a + b)^2 = 100 + 96 = 196$$

$$a + b = 14$$

$$\text{Perímetro} = 2a + 2b = 2\ (a + b) = 2\ (14) = 28\ m$$

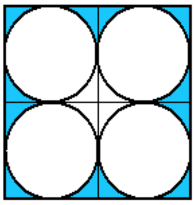
<u>Resposta</u>: E

Questão 12)



$$\text{Área Colorida} = \frac{\text{Área do Quadrado} - \text{Área do Circulo}}{4}$$

$$\text{Área Colorida} = \frac{4\ x\ 4 - \pi\ (2)^2}{4} = \frac{16 - 4\pi}{4} = 4 - \pi\ \ cm^2$$

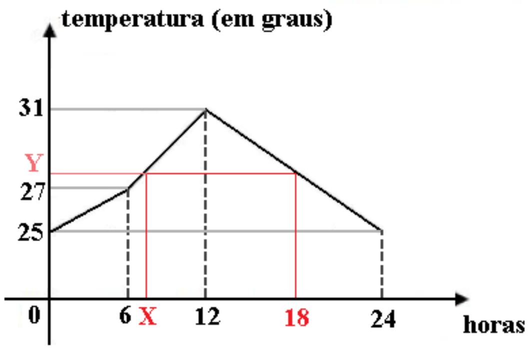


A área sombreada corresponde a 12 pedacinhos de área calculadas anteriormente

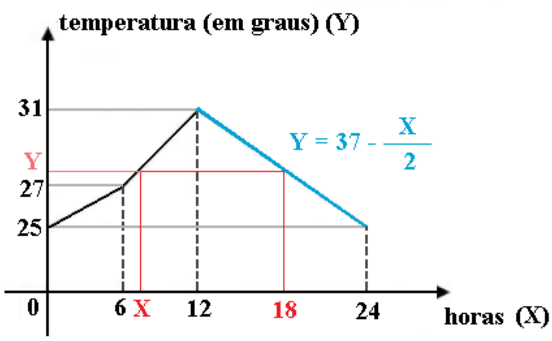
$$\text{Área Sombreada} = 12\,(4 - \pi) = 6\,(8 - 2\pi)\ \text{cm}^2$$

Resposta: E

Questão 13)



→ Determinar a temperatura às 18h: Esse horário está situado na reta que possui os pontos (12, 31) e (24,25):



$$Y = aX + b$$

$$\text{Ponto } (12, 31): 31 = 12a + b$$

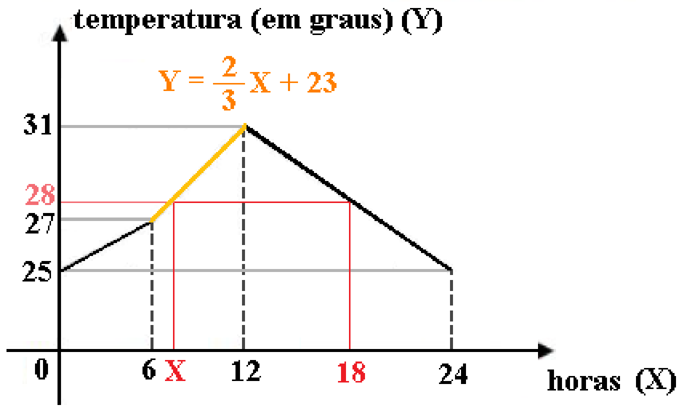
$$\text{Ponto } (24,25): 25 = 24a + b$$

$$\text{Resolvendo o Sistema: } a = -\frac{1}{2} \text{ e } b = 37$$

$$\text{Temperatura (Y) às 18 h (X)} \rightarrow Y = 37 - \frac{1}{2}(18)$$

$$\mathbf{Y = 37 - 9 = 28^0}$$

→ Determinar em qual outro horário do dia a temperatura atingiu 28º



Esse horário está situado na reta que compreende os pontos (6,27) e (12,31):

$$Y = aX + b$$

$$\text{Ponto } (6{,}27)\text{: } 27 = 6a + b$$

$$\text{Ponto } (12{,}31)\text{: } 31 = 12a + b$$

$$\text{Resolvendo o Sistema: } a = \frac{2}{3} \text{ e } b = 23$$

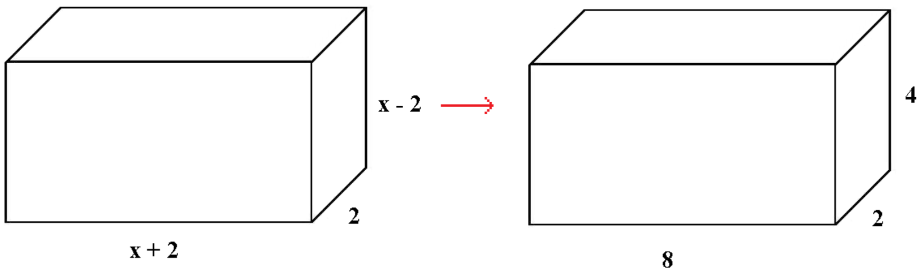
$$\text{Horário (X) para a temperatura de } 28^0\text{(Y)} \rightarrow \quad 28 = \frac{2}{3}\,(X) + 23$$

$$\mathbf{X = \frac{3\ x\ (28 - 23)}{2} = \frac{3\ x\ 5}{2} = 7,5\ horas}$$

$$7{,}5 \text{ hora } \rightarrow 7 \text{ horas e } 30 \text{ minutos}$$

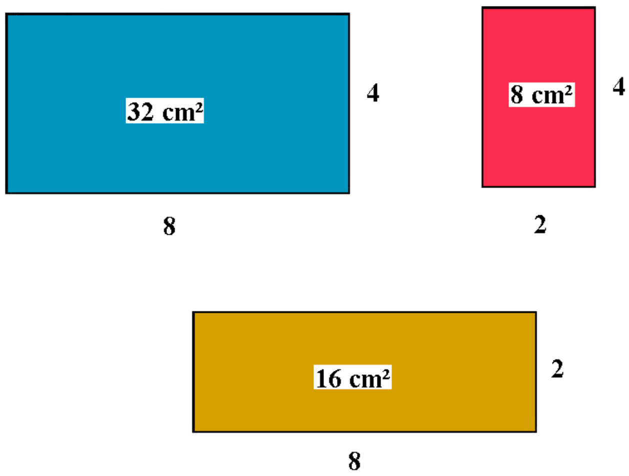
<u>Resposta</u>: A

Questão 14)

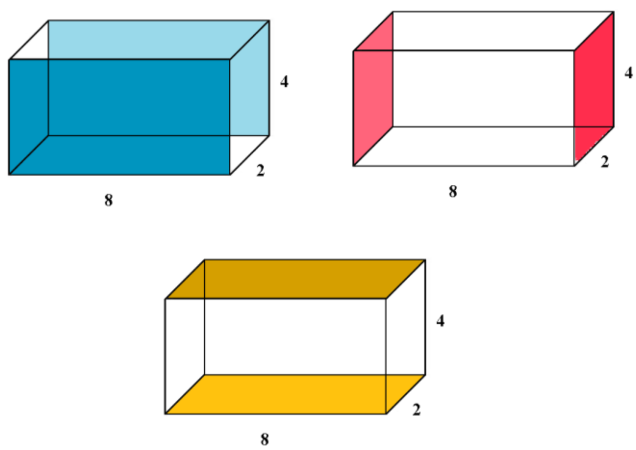


$$\text{Volume} = 2.(x-2)(x+2) = 64\ \text{cm}^3$$
$$(x-2)(x+2) = 32$$
$$x^2 - 4 = 32$$
$$x^2 = 36$$
$$x = 6\ \text{cm}$$

→ Faces do paralelepípedo:



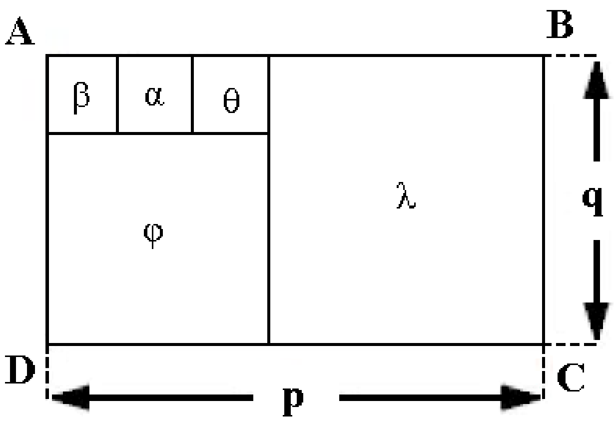
Ele possui, no total, duas faces de cada tipo:

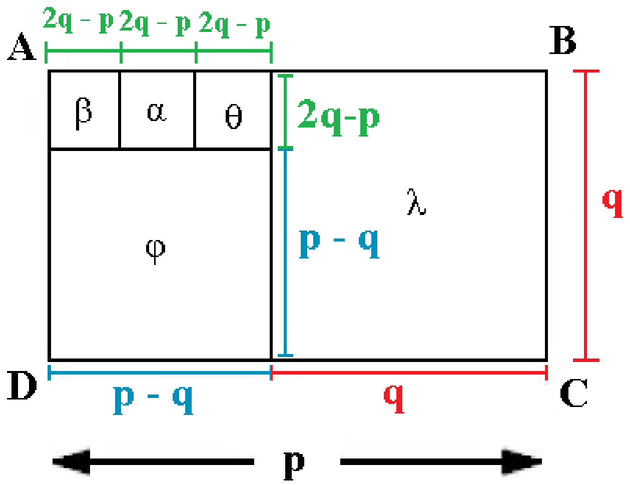


$$\text{Área Total} = 2\,(32) + 2(16) + 2(8) = 64 + 32 + 16 = 112\ \text{cm}^2$$

<u>Resposta</u>: D

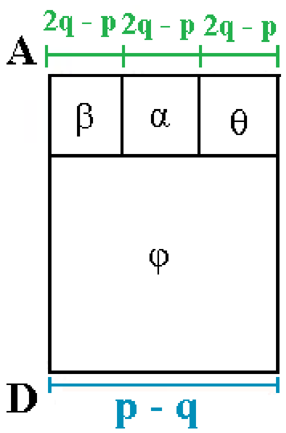
Questão 15)





$$\text{Razão} = \frac{\text{Perímetro ABCD}}{\text{Perímetro Quadrado } \lambda} = \frac{2q + 2p}{4q}$$

$$\text{Razão} = \frac{q + p}{2q}$$



$$2q - p + 2q - p + 2q - p = p - q$$

$$6q - 3p = p - q$$

$$7q = 4p$$

$$p = \frac{7q}{4}$$

→ Substituindo o valor de p na razão:

$$\text{Razão} = \frac{q + p}{2q} = \frac{q + \frac{7q}{4}}{2q} = \frac{\frac{4q + 7q}{4}}{2q} = \frac{11q}{8q} = \frac{11}{8}$$

<u>Resposta</u>: E

Questão 16)

$$a^2 - 6a - 2 = 0$$

Observe que a equação é um produto notável: **<u>Quadrado da diferença</u>**

$$(a^2 - 5)^2 - 10a(a^2 - 5) + 25a^2$$

<u>Considere</u>:

$$a^2 - 5 = b$$

$$5a = c$$

<u>Substituindo na equação, temos</u>:

$$(a^2 - 5)^2 - 10a(a^2 - 5) + 25a^2$$

$$(a^2 - 5)^2 - 2\,.\,(5a)(a^2 - 5) + (5a)^2$$

$$b^2 - 2cb + c^2 = (b - c)^2$$

<u>Assim</u>:

$$(a^2 - 5)^2 - 10a(a^2 - 5) + 25a^2 = [(a^2 - 5) - (5a)]^2$$

→ Organizando

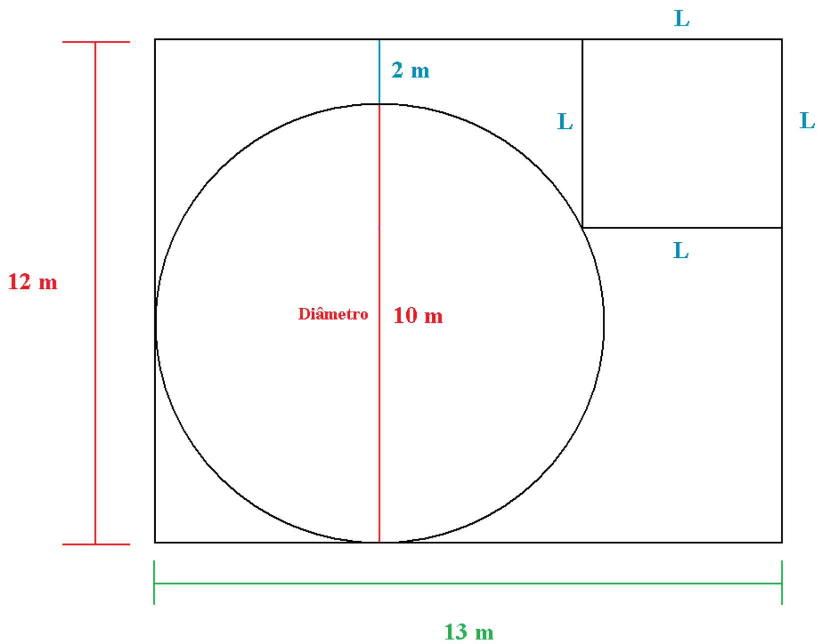
$$[a^2 - 5 - 5a]^2 = [a^2 - 6a - 2 + a - 3]^2 = [0 + a - 3]^2$$

$$[a - 3]^2 = a^2 - 6a + 9 = a^2 - 6a - 2 + 11 = 0 + 11 = 11$$

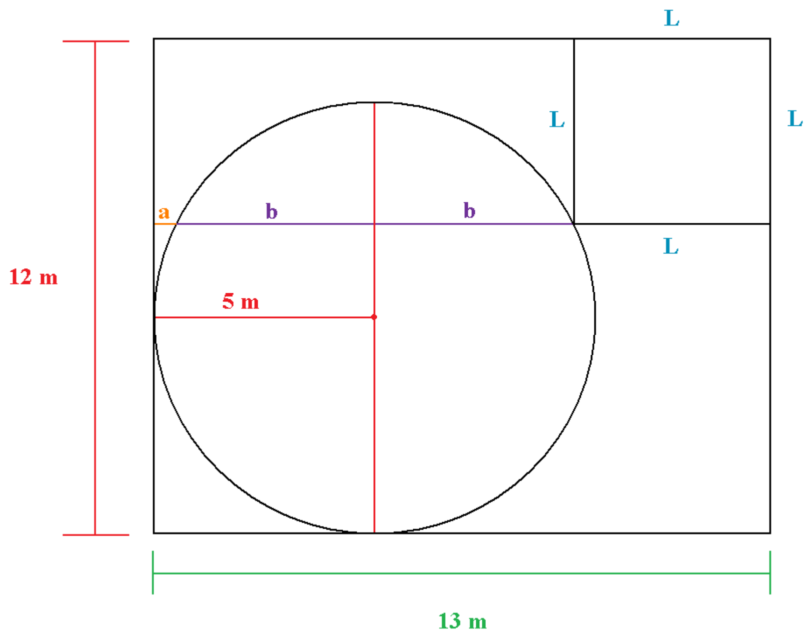
<u>Resposta</u>: B

Questão 17)

→ Seja o lado da churrasqueira igual a L:



→ Prolongando o lado da churrasqueira paralelo ao comprimento de 13m:

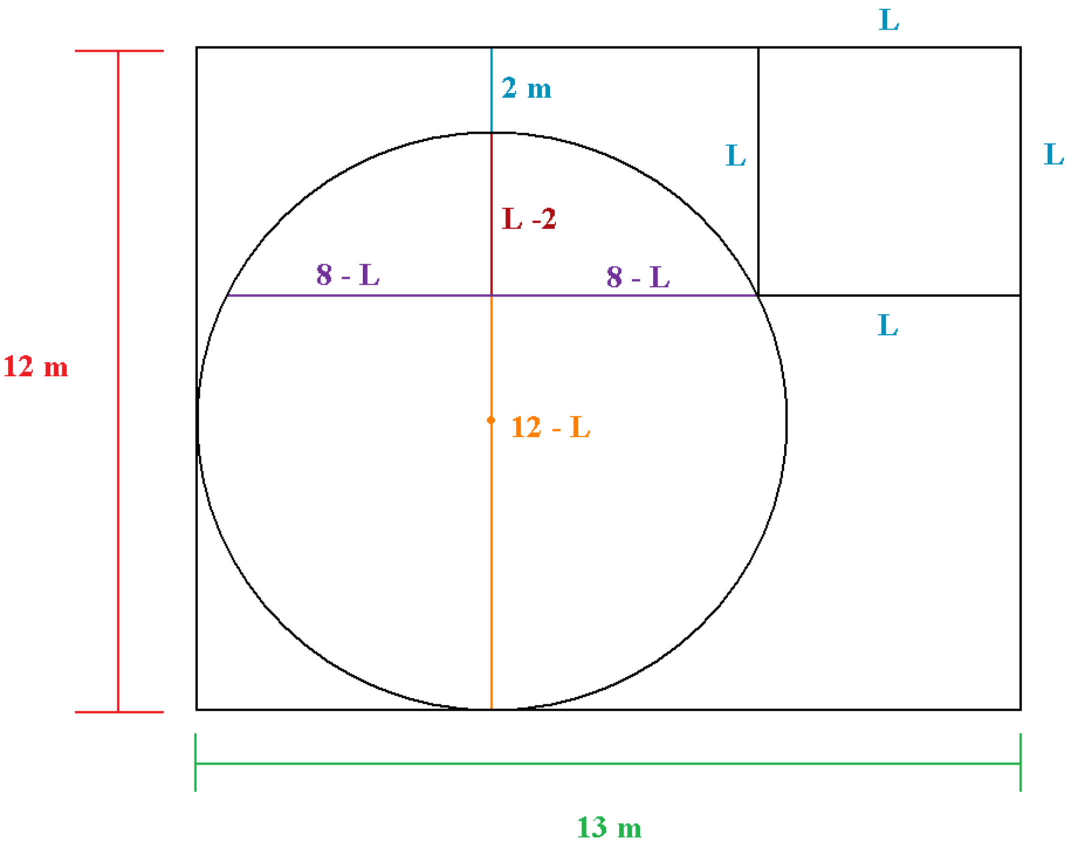


$$\begin{cases} a + b = 5 \\ a + b + b + L = 13 \end{cases}$$

$$5 + b + L = 13$$

$$b + L = 8 \rightarrow \mathbf{b = 8 - L}$$

→ No círculo



$$(L-2)(12-L)=(8-L)^2$$

$$12L-L^2-42+2L=64-16L+L^2$$
$$2L^2-30L+88=0$$
$$L^2-15L+44=0$$

$$L=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{15\pm\sqrt{15^2-4(1)(44)}}{2}=\frac{15\pm\sqrt{225-176}}{2}=\frac{15\pm\sqrt{49}}{2}=\frac{15\pm7}{2}$$

$$L_1=\frac{15+7}{2}=11\ (\text{O comprimento b seria negativo})\ \text{ e }\ \mathbf{L_2=\frac{15-8}{2}=4}$$

$$\text{Área da Churrasqueira}=L^2=4^2=16\ m^2$$

<u>Resposta</u>: E

Questão 18)

→ Mulheres:

$$\text{Média Notas das Mulheres} = \frac{\text{Soma das Notas das Mulheres } (S_M)}{\text{Total de Mulheres (M)}} = 7$$

$$\mathbf{S_M = 7M}$$

→ Homens:

$$\text{Média Notas dos Homens} = \frac{\text{Soma das Notas dos Homens } (S_H)}{\text{Total de Homens (H)}} = 6$$

$$\mathbf{S_H = 6H}$$

→ Total da Turma

$$\text{Média Notas} = \frac{\text{Soma das Notas}}{\text{Total de Alunos}} = 6{,}4$$

$$\text{Total de Alunos} = \mathbf{M + H = 25}$$

$$\frac{\text{Soma das Notas}}{25} = 6{,}4$$

$$\text{Soma das Notas} = 25 \text{ x } 6{,}4 = 160$$

$$\text{Soma das Notas} = \mathbf{S_M + S_H = 160}$$

$$7\text{M} + 6\text{H} = 160$$

→ Sistema:

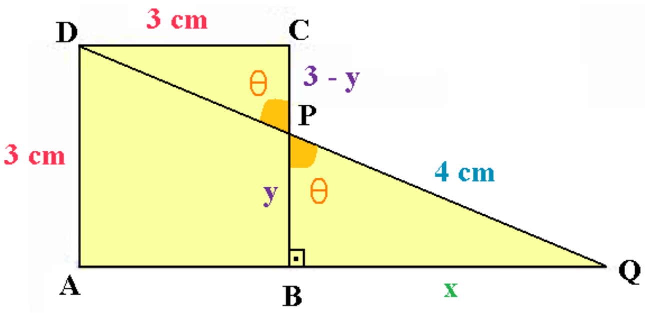
$$\begin{cases} \text{M} + \text{H} = 25 \\ 7\text{M} + 6\text{H} = 160 \end{cases}$$

$$\text{M} = 10 \text{ e } \text{H} = 15$$

A quantidade de mulheres (10) é um número divisível por 5.

<u>Resposta</u>: C

Questão 19)



$$\text{Razão} = \frac{\text{Área ABCD}}{\text{Área BPQ}} = \frac{3 \text{ x } 3}{\frac{xy}{2}} = \frac{18}{xy}$$

→ Pitágoras no ΔPBQ

$$(4)^2 = y^2 + x^2$$

$$x^2 + y^2 = 16$$

→ ΔPDC e ΔPBQ

$$\text{tg } \theta = \frac{x}{y} = \frac{3}{3-y}$$

$$3x - xy = 3y$$

$$3x - 3y = xy$$

$$3(x - y) = xy$$

<u>Elevando os dois lados da equação ao quadrado</u>:

$$9\,(x-y)^2 = x^2y^2$$

$$9\,(x^2 - 2xy + y^2) = x^2y^2$$

$$9\,(16 - 2xy) = x^2y^2$$

$$144 - 18xy = x^2y^2$$

$$x^2y^2 + 18xy - 144 = 0$$

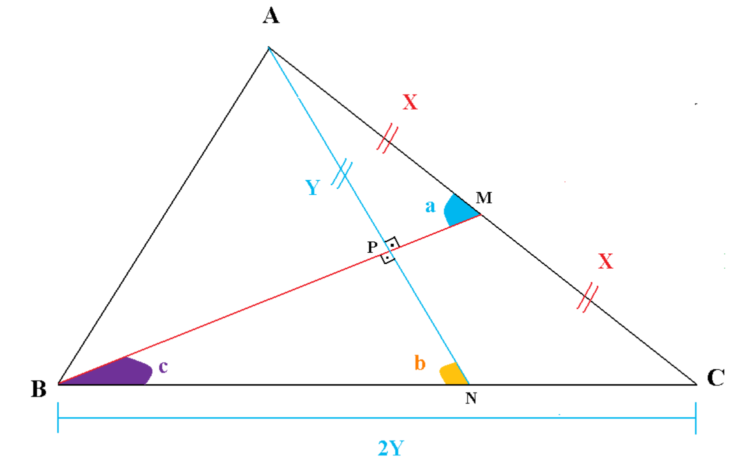
$$xy = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-18 \pm \sqrt{18^2 - 4(1)(-144)}}{2} = \frac{-18 \pm \sqrt{324 + 576}}{2} = \frac{-18 \pm \sqrt{900}}{2} = \frac{-18 \pm 30}{2}$$

$$xy_1 = \frac{-18 + 30}{2} = 6 \qquad xy_2 = \frac{-18 - 30}{2} = -24 \text{ (x e y são lados de um triângulo, portanto, são positivos)}$$

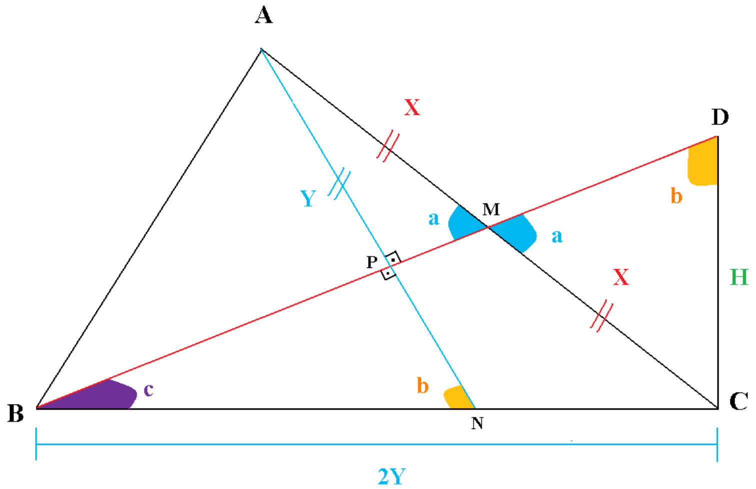
$$\text{Razão} = \frac{18}{xy} = \frac{18}{6} = 3$$

<u>Resposta</u>: E

Questão 20)



→ Prolongando o lado $\overline{BM}$ até um ponto D, tal que $\overline{DC}$ seja perpendicular a $\overline{BC}$:



→ ΔAPM:

$$\text{sen (a)} = \frac{Y}{X}$$

→ Lei dos senos no ΔMDC:

$$\frac{\text{sen(a)}}{H} = \frac{\text{sen(b)}}{X}$$

$$\frac{\frac{Y}{X}}{H} = \frac{\text{sen(b)}}{X}$$

$$\frac{Y}{HX} = \frac{\text{sen(b)}}{X}$$

$$\text{sen (b)} = \frac{Y}{H}$$

→ ΔBCD:

$$\text{tg (b)} = \frac{2Y}{H} = \frac{\text{sen (b)}}{\text{cos (b)}}$$

$$\frac{2Y}{H} = \frac{\frac{Y}{H}}{\text{cos (b)}}$$

$$\text{cos (b)} = \frac{Y}{H} \text{ x} \frac{H}{2Y} = \frac{1}{2}$$

$$b = A\widehat{N}B = 60°$$

<u>Resposta</u>: A