

Colégio Militar de Fortaleza

Concurso de Admissão ao 1º ano do Ensino Médio – 2011/2012

Prova de Matemática

Prova

Resolvida

<http://estudareconquistar.wordpress.com/>

Prova e Gabarito: <http://estudareconquistar.wordpress.com/downloads/>

CMF: <http://www.cmf.ensino.eb.br/sistemas/inscricao/>

Dezembro 2013

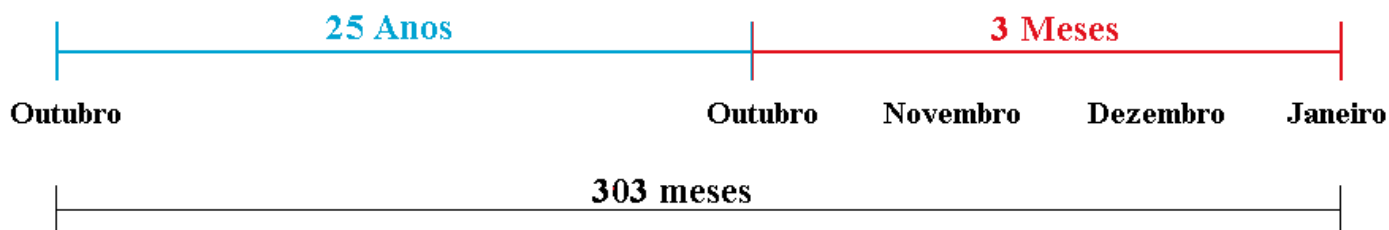
Questão 1)

→ Convertendo 303 meses em anos:

$$\begin{array}{l} 12 \text{ meses} \rightarrow 1 \text{ ano} \\ 303 \text{ meses} \rightarrow X \end{array}$$

$$X = \frac{303}{12} = 25,25$$

25,25 anos → 25 anos e 0,25 ano → 25 anos e 0,25 (12 meses) → 25 anos e 3 meses



Resposta: A

Questão 2)

$$\begin{array}{|c|c|} \hline X & 7 \\ \hline 6 & \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline X+1 & 7 \\ \hline 6+1 & \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline X+1 & 7 \\ \hline 7 & \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline X+1 & 7 \\ \hline 0 & \\ \hline \end{array} \quad \boxed{X+1 \rightarrow \text{Divisível por } 7}$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline Y & 7 \\ \hline 5 & \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline Y+2 & 7 \\ \hline 5+2 & \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline Y+2 & 7 \\ \hline 7 & \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline Y+2 & 7 \\ \hline 0 & \\ \hline \end{array} \quad \boxed{Y+2 \rightarrow \text{Divisível por } 7}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline X+1+Y+2 & 7 & \\ \hline 0 & & \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline X+Y+3 & 7 & \\ \hline 0 & & \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline X+Y+3 & 7 & \\ \hline 4+3 & & \\ \hline \end{array} \rightarrow \boxed{\begin{array}{|c|c|c|} \hline X+Y & 7 & \\ \hline 4 & & \\ \hline \end{array}}$$

Se (X+1) e (Y+2) são divisíveis por sete, a soma também é divisível por sete.

Outra maneira de resolver seria atribuir valores aos números:

$X + 1 \rightarrow$ Divísivel por 7 $X + 1 = 7, 14, 21, 28, 35 \dots$ $X = 6, 13, 20, 27, 34 \dots$	$Y + 2 \rightarrow$ Divísivel por 7 $Y + 2 = 7, 14, 21, 28, 35 \dots$ $Y = 5, 12, 19, 26, 33 \dots$
---	---

Verifique o resto da divisão por 7:

X + Y	7

6 + 12	7

 \rightarrow

18	7
4	2

13 + 33	7

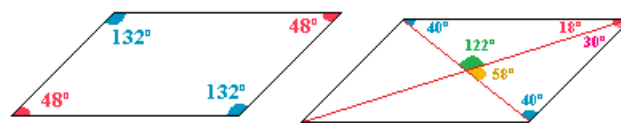
 \rightarrow

46	7
4	6

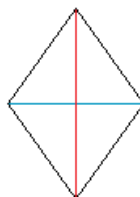
Resposta: D

Questão 3)

I) **FALSO** \rightarrow No paralelogramo as diagonais não são necessariamente perpendiculares.



II) **FALSO** \rightarrow No losango as diagonais não são necessariamente congruentes.



III) **VERDADEIRO**

Resposta: B

Questão 4)



Figura 1

$$3 + 1 = 4 \text{ Palitos}$$

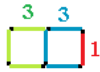


Figura 2

$$2 \times 3 + 1 = 7 \text{ Palitos}$$



Figura 3

$$3 \times 3 + 1 = 10 \text{ Palitos}$$



Figura 4

$$4 \times 3 + 1 = 13 \text{ Palitos}$$

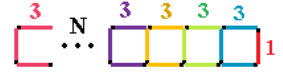


Figura N

$$N \times 3 + 1 = 283 \text{ Palitos}$$

$$N \times 3 + 1 = 283$$

$$3N = 282$$

$$N = \frac{282}{3} = 94$$

Resposta: E

Questão 5)

Informações:

- Questões certas: X
- Questões erradas: Y

Total de Questões:

$$X + Y = 20$$

Pontuação:

- Acertando as questões: + 5X
- Errando as questões: - 3X

$$\text{Pontuação} = 5X - 3Y$$

→ Para aprovação no concurso:

$$\text{Pontuação} \geq 60$$

$$5X - 3Y \geq 60$$

$$5X - 3(20 - X) \geq 60$$

$$5X - 60 + 3X \geq 60$$

$$8X \geq 120$$

$$X \geq 15$$

São necessárias 15 ou mais questões para ser aprovado no concurso.

Resposta: D

Questão 6)

$$\frac{(x^{-1} + y^{-1})^{-x}}{(x + y)^{-1}}$$

$x = 1$

$$\frac{(1^{-1} + y^{-1})^{-1}}{(1 + y)^{-1}}$$

$$\frac{(1 + y^{-1})^{-1}}{(1 + y)^{-1}}$$

$$\frac{(1 + \frac{1}{y})^{-1}}{(1 + y)^{-1}}$$

$$\frac{\frac{1}{(1 + \frac{1}{y})}}{\frac{1}{(1 + y)}} = \frac{1}{(1 + \frac{1}{y})} \times (1 + y) = \frac{1}{(\frac{y+1}{y})} \times (1 + y) = \frac{y}{(1 + y)} \times (1 + y) = y$$

Resposta: A

Questão 7)

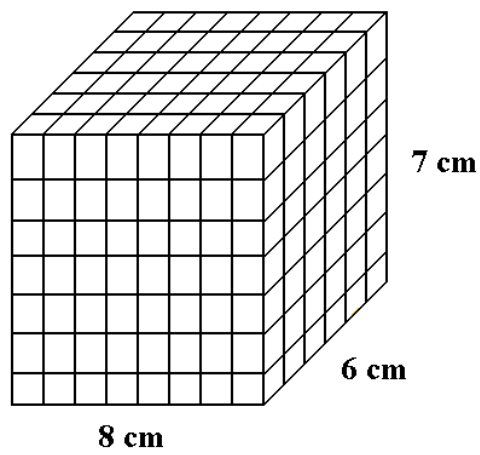
$$a^3 - b^3 - 3a^2b + 3ab^2 = (a - b)^3$$

$$a = \frac{\sqrt[3]{5} + 6}{6 \sqrt[3]{5}} \quad b = \frac{\sqrt[3]{5} - 6}{6 \sqrt[3]{5}}$$

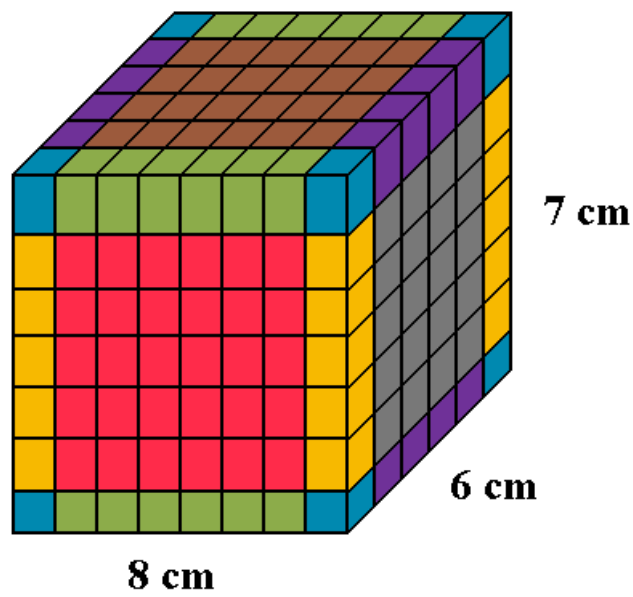
$$(a - b)^3 = \left[\frac{\sqrt[3]{5} + 6}{6 \sqrt[3]{5}} - \frac{\sqrt[3]{5} - 6}{6 \sqrt[3]{5}} \right]^3 = \left[\frac{\sqrt[3]{5} + 6 - \sqrt[3]{5} + 6}{6 \sqrt[3]{5}} \right]^3 = \left[\frac{12}{6 \sqrt[3]{5}} \right]^3 = \left[\frac{2}{\sqrt[3]{5}} \right]^3 = \frac{8}{5}$$

Resposta: D

Questão 8)



Total de Cubinhos = $8 \times 6 \times 7 = 336$ Cubinhos



→ Vértices:

8 cubos com três faces pintadas

Total (Vértices) = 8 (Azuis)

→ Arestas:

4 arestas com 4 cubos com quatro faces pintadas: $4 \times 4 = 16$ (Roxos)

4 arestas com 6 cubos com quatro faces pintadas: $4 \times 6 = 24$ (Verdes)

4 arestas com 5 cubos com quatro faces pintadas: $4 \times 5 = 20$ (Amarelos)

$$\text{Total (Arestas)} = 16 + 24 + 20 = 60$$

→ Faces:

2 faces com 30 cubos com uma face pintada: $2 \times 30 = 60$ (Rosas)

2 faces com 24 cubos com uma face pintada: $2 \times 24 = 48$ (Marrom)

2 faces com 20 cubos com uma face pintada: $2 \times 20 = 40$ (Cinza)

$$\text{Total (Faces)} = 60 + 48 + 40 = 148$$

$$\text{Total (Cubos com pelo menos 1 face pintada)} = 8 + 60 + 148 = 216$$

$$\text{Total (Cubos sem nenhuma face pintada)} = \text{Total} - \text{Total (Cubos com pelo menos 1 face pintada)}$$

$$\text{Total (Cubos sem nenhuma face pintada)} = 336 - 216 = 120$$

Resposta: E

Questão 9)

Operários	Horas	Dias
X	8	12
$\frac{2X}{3}$	6	Y

→ Queremos a quantidade de dias:

$$\frac{12}{Y} =$$

→ A quantidade de operários é inversamente proporcional à quantidade de dias de duração da obra:

Operários	Horas	Dias
X	8	12
$\frac{2X}{3}$	6	Y

Se a quantidade de operários **diminui**, a quantidade de dias necessários para concluir a mesma obra **aumenta** : Inversamente Proporcional

$$\frac{12}{Y} = \frac{2X}{3 \cdot 8}$$

→ A quantidade de horas trabalhadas é inversamente proporcional à quantidade de dias de duração da obra:

Operários	Horas	Dias
X	8	12
$\frac{2X}{3}$	6	Y

Se a quantidade horas trabalhadas **diminui**, a quantidade de dias necessários para concluir a mesma obra **aumenta** : Inversamente Proporcional

$$\frac{12}{Y} = \frac{2X}{3} \cdot \frac{6}{8}$$

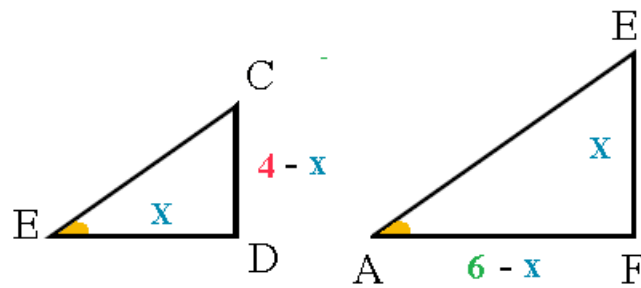
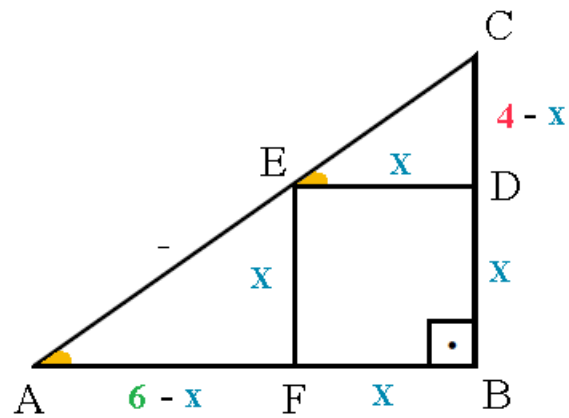
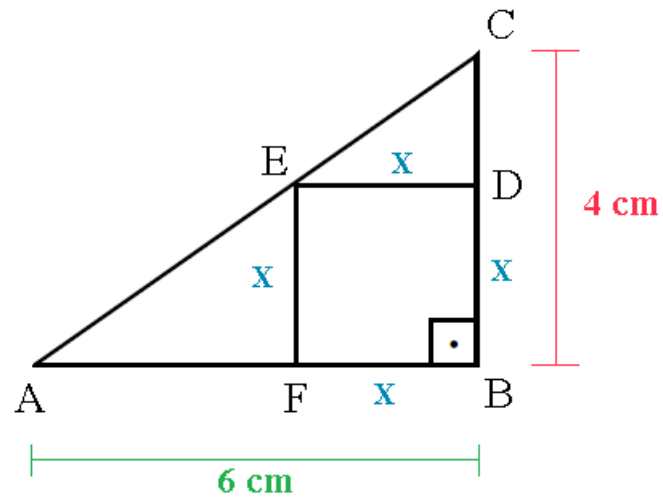
$$\frac{12}{Y} = \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{8}$$

$$\frac{12}{Y} = \frac{12}{24}$$

$$Y = 24$$

Resposta: A

Questão 10)



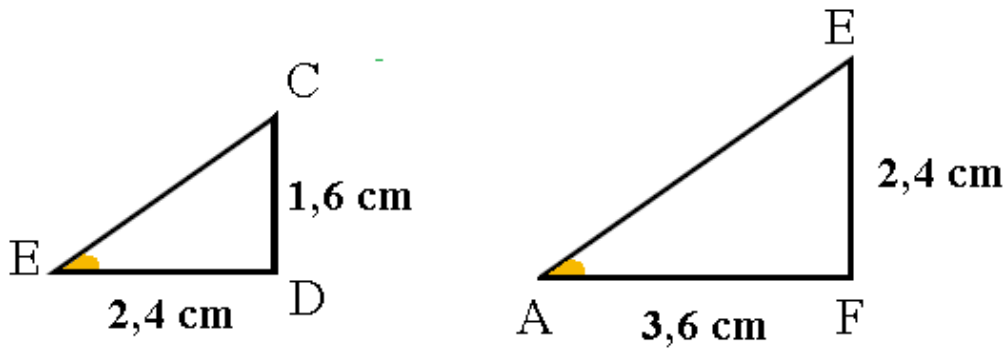
Os $\triangle CDE$ e $\triangle AEF$ são semelhantes

$$\frac{4-x}{x} = \frac{x}{6-x}$$

$$(4-x) \cdot (6-x) = x^2$$

$$24 - 10x + x^2 = x^2$$

$$10x = 24 \rightarrow x = 2,4\text{ cm}$$



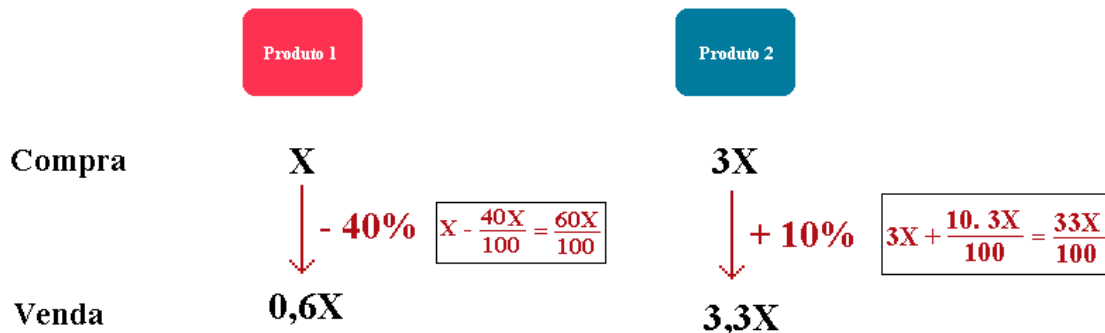
$$\text{Área } (\triangle AEF) = \frac{2,4 \times 3,6}{2} = 4,32 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área } (\triangle CDE) = \frac{2,4 \times 1,6}{2} = 1,92 \text{ cm}^2$$

$$\text{Soma [Área } (\triangle AEF) + \text{Área } (\triangle CDE)] = 4,32 + 1,92 = 6,24 \text{ cm}^2$$

Resposta: C

Questão 11)



$$\text{Total (Compra)} = X + 3X = 4X$$

$$\text{Total (Venda)} = 0,6X + 3,3X = 3,9X$$

→ O valor de venda é menor que o valor gasto para compras. Assim, o prejuízo foi de:

$$\text{Prejuízo} = \text{Total(Compra)} - \text{Total(Venda)}$$

$$\text{Prejuízo} = 4X - 3,9X = 0,1X$$

→ Em relação ao valor gasto para compras, o prejuízo corresponde a uma porcentagem Z de:

$$\text{Prejuízo} = Z\% \times \text{Total(Compra)}$$

$$0,1X = \frac{Z}{100} \cdot 4X$$

$$\frac{Z}{100} = \frac{0,1}{4}$$

$$Z = 2,5$$

Resposta: B

Questão 12)

$$a^2 + b^2 - c^2 - 2ab$$

$$(a - b)^2 - c^2$$

$$(a - b - c) \cdot (a - b + c)$$

Resposta: C

Questão 13)

$$\left(\frac{5x}{7} - 3\right)^3 + 9 \cdot \left(\frac{5x}{7} - 3\right) + 27 \cdot \left(\frac{5x}{7} - 3\right) - \frac{125x^3}{343} + 2 \cdot (x - 2) + 35$$

$$\left(\frac{5x}{7} - 3\right)^3 + 9 \cdot \left(\frac{5x}{7} - 3\right) + 27 \cdot \left(\frac{5x}{7} - 3\right) - \left(\frac{5x}{7}\right)^3 + 2 \cdot (x - 2) + 35$$

Considere:

$$\frac{5x}{7} - 3 = A \quad | \quad \frac{5x}{7} = A + 3$$

$$\frac{5x}{7} = A + 3 \rightarrow 5x = 7A + 21 \rightarrow x = \frac{7A + 21}{5}$$

Substituindo:

$$\left(\frac{5x}{7} - 3\right)^3 + 9 \cdot \left(\frac{5x}{7} - 3\right) + 27 \cdot \left(\frac{5x}{7} - 3\right) - \left(\frac{5x}{7}\right)^3 + 2 \cdot (x - 2) + 35$$

$$(A)^3 + 9 \cdot (A) + 27 \cdot (A) - (A + 3)^3 + 2 \cdot \left(\frac{7A + 21}{5} - 2\right) + 35$$

$$A^3 + 9A + 27A - [A^3 + 9A^2 + 27A + 27] + 2 \cdot \left(\frac{7A + 21 - 10}{5}\right) + 35$$

$$A^3 + 9A + 27A - A^3 - 9A^2 - 27A - 27 + \frac{14A}{5} + \frac{22}{5} + 35$$

$$\frac{14A}{5} + \frac{22}{5} + 35 - 27 \rightarrow \frac{14A}{5} + \frac{62}{5}$$

Voltando para X:

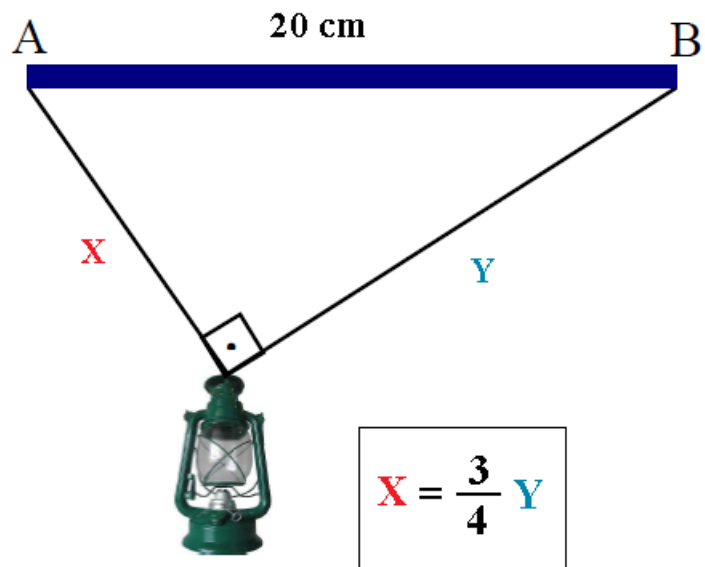
$$\frac{14 \left(\frac{5x}{7} - 3\right)}{5} + \frac{62}{5}$$

$$\frac{10x - 42}{5} + \frac{62}{5}$$

$$\frac{10x - 42 + 62}{5} \rightarrow \frac{10x + 20}{5} \rightarrow 2x + 4$$

Resposta: D

Questão 14)



→ Pitágoras

$$(20)^2 = X^2 + Y^2$$

$$400 = X^2 + Y^2$$

$$400 = \left(\frac{3}{4}Y\right)^2 + Y^2$$

$$400 = \frac{9Y^2}{16} + Y^2$$

$$400 = \frac{25Y^2}{16}$$

$$Y^2 = \frac{400 \cdot 16}{25}$$

$$Y = \frac{20 \cdot 4}{5} = 16 \text{ cm}$$

$$X = 12 \text{ cm}$$

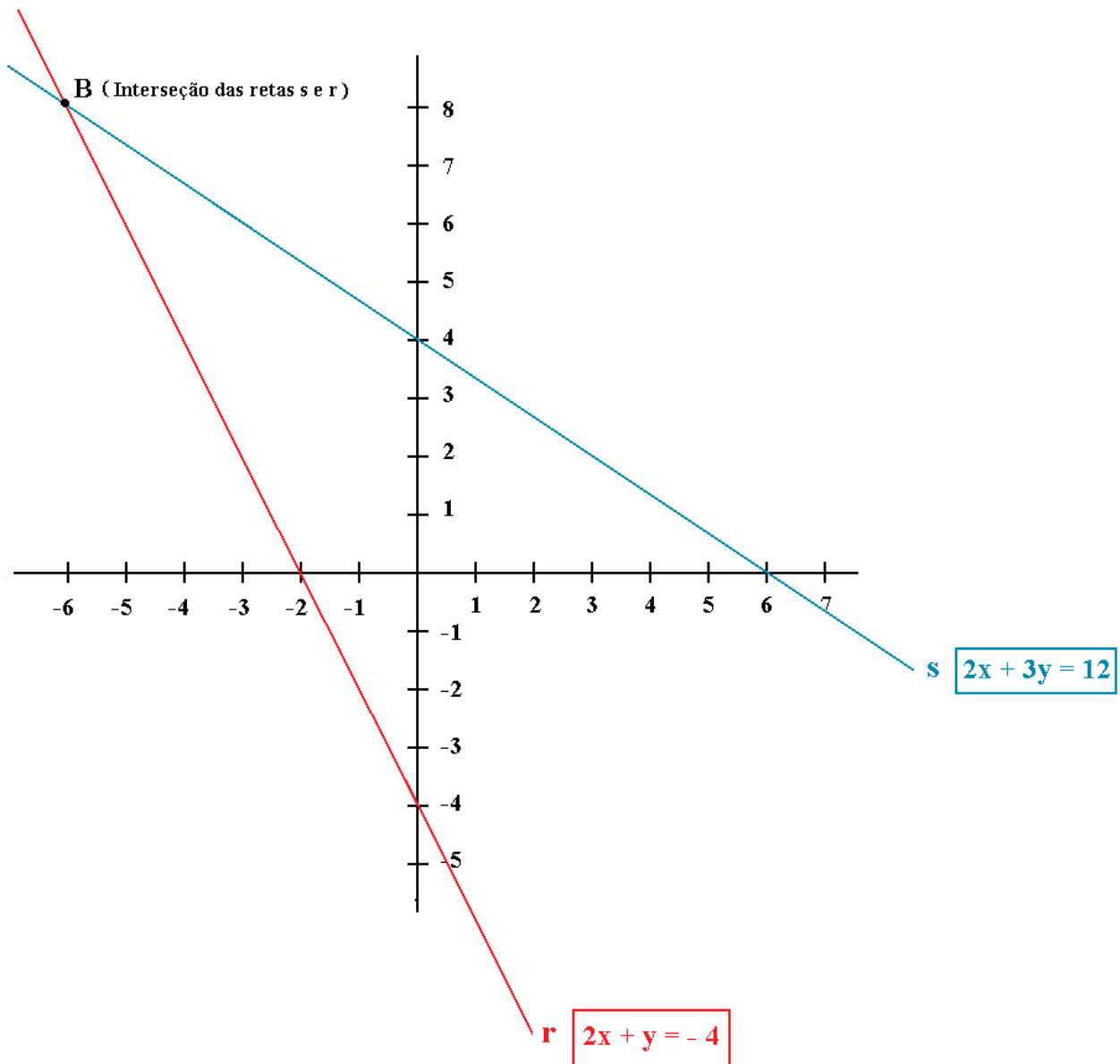
→ Soma das cordas, em metros:

$$X + Y = 12 + 16 = 28 \text{ cm}$$

$$28 \text{ cm} \rightarrow 0,28 \text{ m}$$

Resposta: E

Questão 15)



→ Calculando ponto B ($r = s$):

$$\text{reta } r: y = -2x - 4$$

$$\text{reta } s: y = \frac{12 - 2x}{3}$$

$$y_r = y_s$$

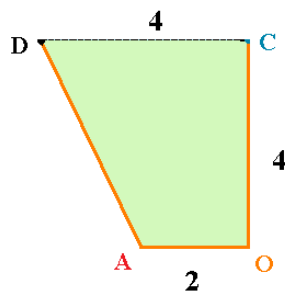
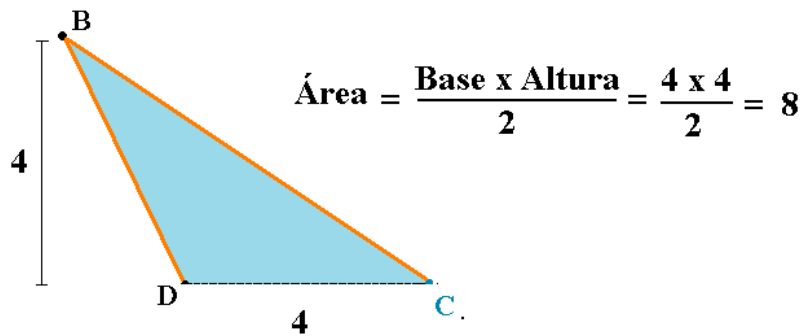
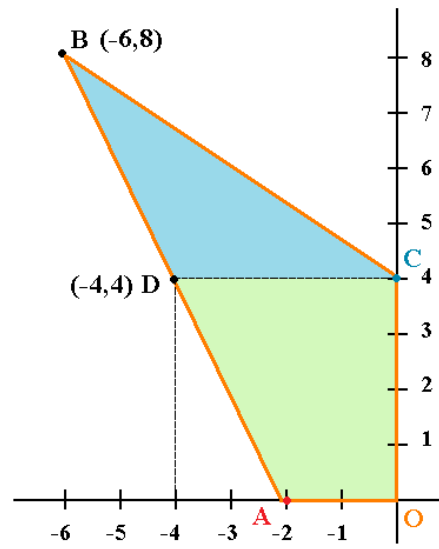
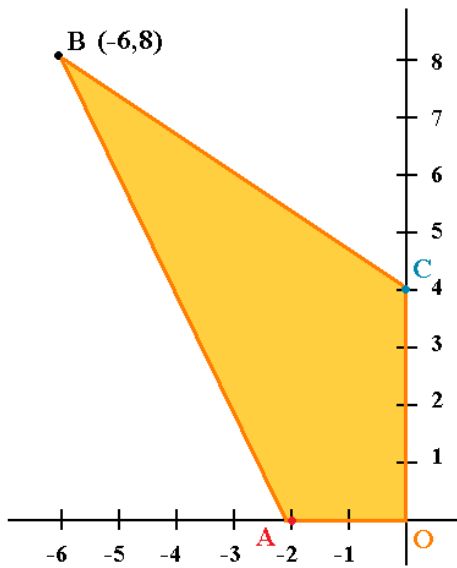
$$-2x - 4 = \frac{12 - 2x}{3}$$

$$-6x - 12 = 12 - 2x$$

$$4x = -24$$

$$x = -6 \text{ e } y = 8 \rightarrow B(-6, 8)$$

Quadrilátero OABC



$$\text{Área} = \frac{(\text{Base Maior} + \text{Base Menor})}{2} \times \text{Altura} = \frac{(4 + 2)}{2} \times 4 = 12$$

$$\text{Área Total} = 8 + 12 = 20$$

Resposta: A

Questão 16)

$$\text{reta 1: } y + 2x = k \rightarrow y = -2x + k$$

$$\text{reta 2: } \frac{x}{5} + \frac{y}{10} = -\frac{1}{2} \rightarrow 2x + y = -5 \rightarrow y = -2x - 5$$

As retas são paralelas, pois possuem o mesmo coeficiente angular. Portanto, não podem ser concorrentes.

$$\begin{array}{l} y = -2x + k \\ y = -2x - 5 \end{array}$$

Coeficiente Angular

$$k = -5$$

$$\begin{array}{l} y = -2x - 5 \\ y = -2x - 5 \end{array}$$

Coincidentes = Mesma Reta

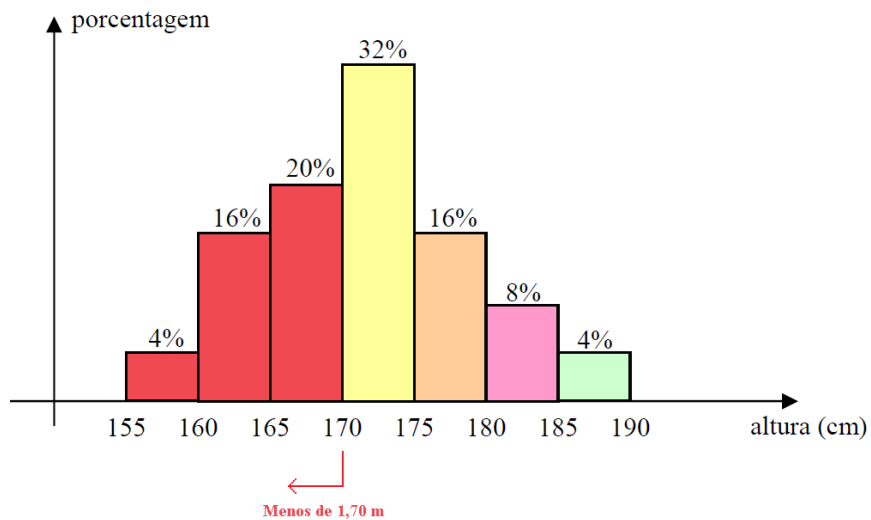
Resposta: C

Questão 17)

Informações:

Total de Alunos = 25

A) **FALSO**



$$\text{Alunos } (< 1,70) = 12$$

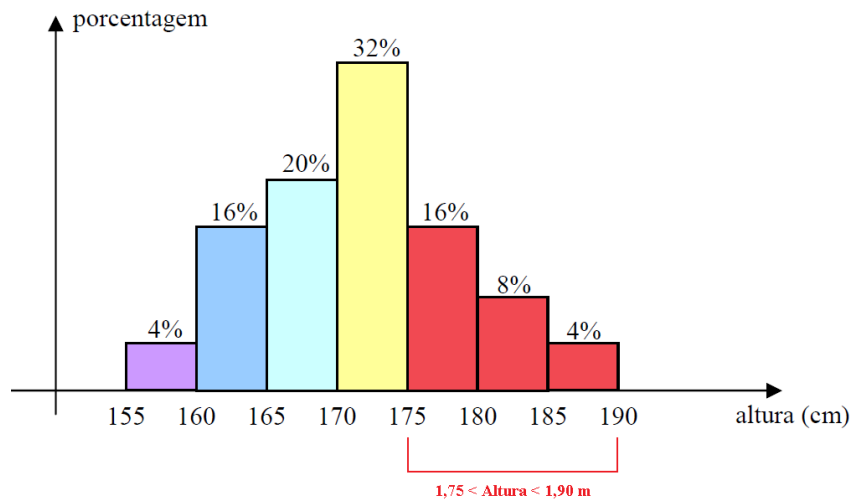
$$\text{Alunos } (< 1,70) = 4\% + 16\% + 20\% \text{ de } 25 \text{ alunos}$$

$$\text{Alunos } (< 1,70) = 40\% \text{ de } 25 \text{ alunos}$$

$$\text{Alunos } (< 1,70) = \frac{40}{100} \times 25 = 10$$

$$\mathbf{10 = 12}$$

B) VERDADEIRO



Alunos $(1,75 < \text{Altura} < 1,90) < 10$

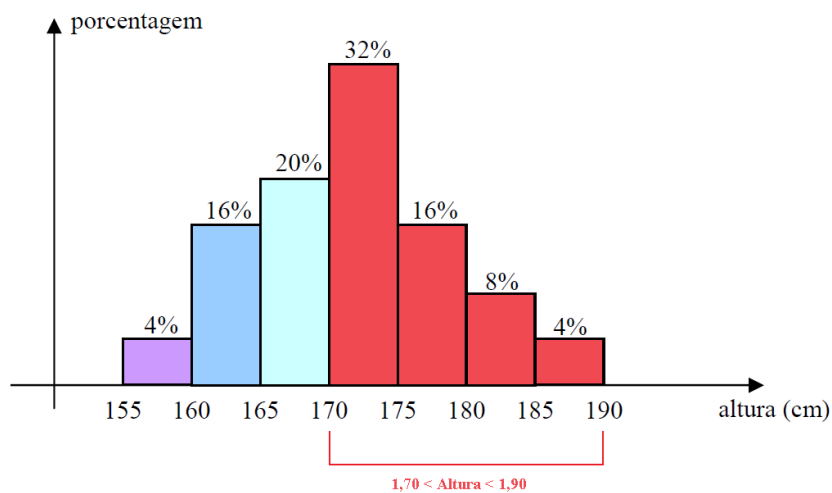
Alunos $(1,75 < \text{Altura} < 1,90) = 16\% + 8\% + 4\%$ de 25 Alunos

Alunos $(1,75 < \text{Altura} < 1,90) = 28\%$ de 25 Alunos

$$\text{Alunos } (1,75 < \text{Altura} < 1,90) = \frac{28}{100} \times 25 = 7$$

$$7 < 10$$

C) FALSO



$$\text{Alunos } (1,75 < \text{Altura} < 1,90) = \frac{2}{5} \text{ de 25 Alunos} = 10$$

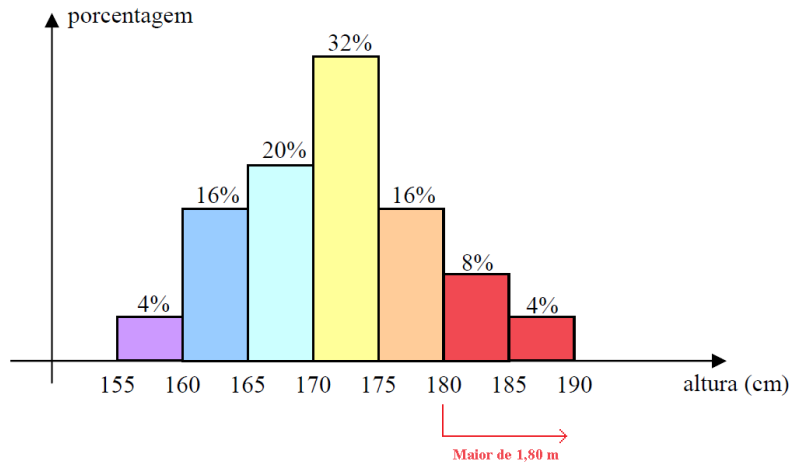
Alunos $(1,75 < \text{Altura} < 1,90) = 32\% + 16\% + 8\% + 4\%$ de 25 Alunos

Alunos $(1,75 < \text{Altura} < 1,90) = 60\%$ de 25 Alunos

$$\text{Alunos } (1,75 < \text{Altura} < 1,90) = \frac{60}{100} \times 25 = 15$$

$$15 = 10$$

D) **FALSO**



$$\text{Alunos } (> 1,80) > 4$$

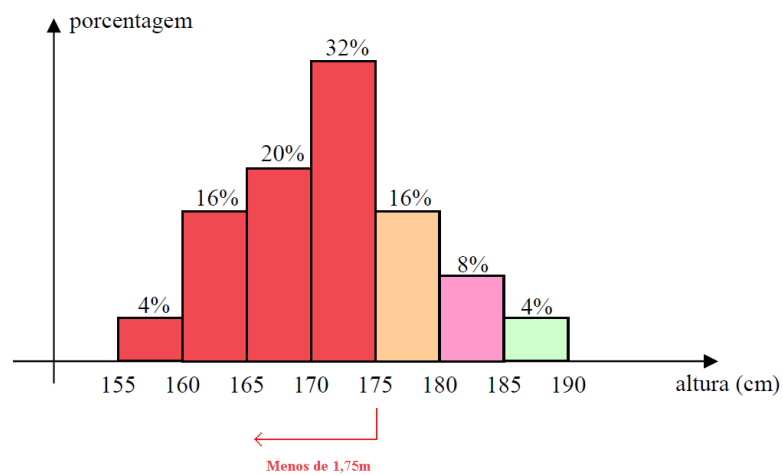
$$\text{Alunos } (> 1,80) = 8\% + 4\% \text{ de } 25 \text{ alunos}$$

$$\text{Alunos } (> 1,80) = 12\% \text{ de } 25 \text{ alunos}$$

$$\text{Alunos } (> 1,80) = \frac{12}{100} \times 25 = 3$$

$$3 > 4$$

E) **FALSO**



$$\text{Alunos } (< 1,75) = 16$$

$$\text{Alunos } (< 1,75) = 4\% + 16\% + 20\% + 32\% \text{ de } 25 \text{ alunos}$$

$$\text{Alunos } (< 1,75) = 72\% \text{ de } 25 \text{ alunos}$$

$$\text{Alunos } (< 1,75) = \frac{72}{100} \times 25 = 18$$

$$18 = 16$$

Resposta: B

Questão 18)

Informações:

- Idade do Funcionário Aposentado: Y

→ Situação Inicial:

$$\text{Média (30 Funcionários)} = X$$

$$\frac{\text{Soma das Idades (29 Funcionários)} + Y}{30} = X$$

$$\text{Soma das Idades (29 Funcionários)} = 30X - Y$$

→ Após a Aposentadoria:

$$\text{Média (29 Funcionários + Novo Funcionário)} = X - 1$$

$$\frac{\text{Soma das Idades (29 Funcionários)} + 30}{30} = X - 1$$

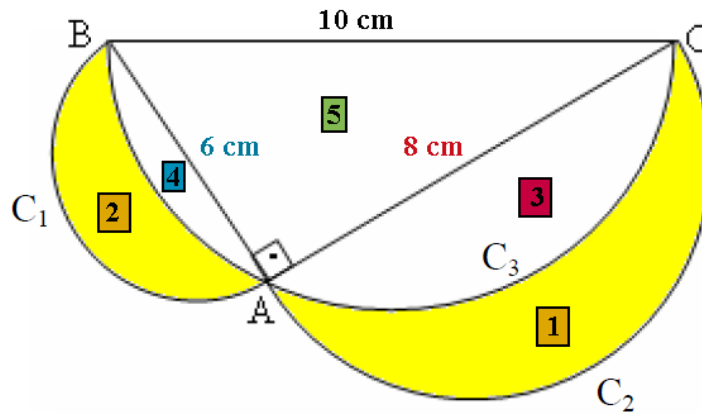
$$\frac{30X - Y + 30}{30} = X - 1$$

$$30X - Y + 30 = 30X - 30$$

$$Y = 60$$

Resposta: C

Questão 19)



$$\text{Área (Semicircunferência } C_3) = \text{Área(3)} + \text{Área(4)} + \text{Área(5)}$$

$$\frac{\pi \cdot (r_3)^2}{2} = \text{Área(3)} + \text{Área(4)} + \left(\frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} \right)$$

$$\frac{\pi \cdot (5)^2}{2} = \text{Área(3)} + \text{Área(4)} + \left(\frac{8 \times 6}{2} \right)$$

$$\frac{25\pi}{2} = \text{Área(3)} + \text{Área(4)} + 24$$

$$\text{Área(3)} + \text{Área(4)} = \frac{25\pi}{2} - 24 \text{ cm}^2$$

→ Região Sombreada

$$\text{Região Sombreada} = \text{Área(1)} + \text{Área(2)}$$

$$\text{Área(1)} = \text{Área (Semicircunferência } C_2) - \text{Área(3)}$$

$$\text{Área(2)} = \text{Área (Semicircunferência } C_1) - \text{Área(4)}$$

$$\text{Região Sombreada} = \text{Área (Semicircunferência } C_2) - \text{Área(3)} + \text{Área (Semicircunferência } C_1) - \text{Área(4)}$$

$$\text{Região Sombreada} = \text{Área (Semicircunferência } C_2) + \text{Área (Semicircunferência } C_1) - [\text{Área(3)} + \text{Área(4)}]$$

$$\text{Região Sombreada} = \frac{\pi \cdot (r_2)^2}{2} + \frac{\pi \cdot (r_1)^2}{2} - \left[\frac{25\pi}{2} - 24 \right]$$

$$\text{Região Sombreada} = \frac{\pi \cdot (4)^2}{2} + \frac{\pi \cdot (3)^2}{2} - \left[\frac{25\pi}{2} - 24 \right]$$

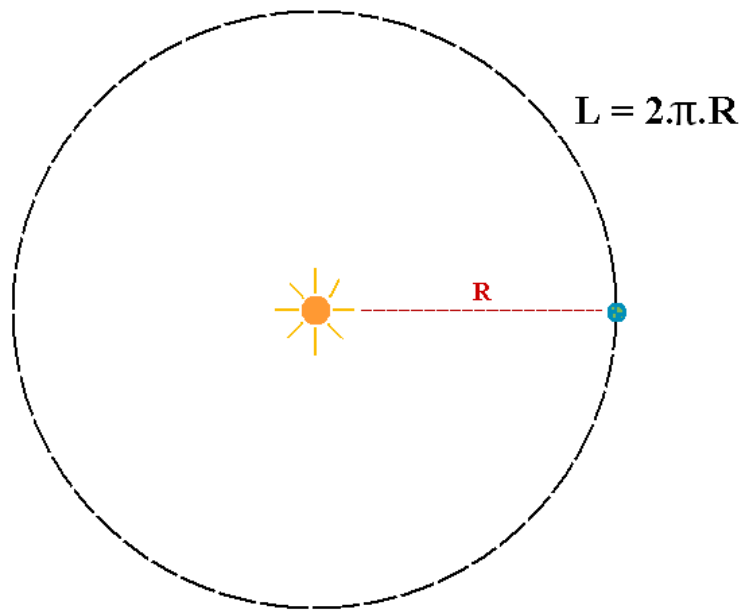
$$\text{Região Sombreada} = \frac{16\pi}{2} + \frac{9\pi}{2} - \left[\frac{25\pi}{2} - 24 \right]$$

$$\text{Região Sombreada} = \frac{25\pi}{2} - \frac{25\pi}{2} + 24$$

$$\text{Região Sombreada} = 24 \text{ cm}^2$$

Resposta: B

Questão 20)



$$R = \frac{469755 \cdot 10^3}{\pi} \text{ km}$$

O comprimento (L) da órbita é:

$$L = 2 \cdot \pi \cdot R = 2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{469755 \cdot 10^3}{\pi} \right) = 939519 \cdot 10^3 \text{ km}$$

Tempo total da órbita:

$$T = 365 \text{ dias} \rightarrow 365 \times 24 = 8760 \text{ horas}$$

Velocidade de translação:

$$\text{Velocidade} = \frac{\text{Comprimento da órbita (L)}}{\text{Tempo (T)}} = \frac{939519 \cdot 10^3}{8760} = 107,25 \cdot 10^3 \text{ km/h}$$

$$107,25 \cdot 10^3 \rightarrow 1072,5 \cdot 10^2 \text{ km/h}$$

Resposta: E