Colégio Militar de Manaus

Concurso de Admissão ao 1º ano do Ensino Médio – 2012/2013

Prova de Matemática – 11 de Novembro de 2012

Prova Resolvida

http://estudareconquistar.wordpress.com/

Prova e Gabarito: http://estudareconquistar.wordpress.com/downloads/

CMM: http://www.cmm.ensino.eb.br/index.php/concurso

Junho 2014

Questão 1)

→ **Para que** $(\mathbf{r_1} - \mathbf{r_2})$ **seja racional**

Caso (1): r_1 e r_2 irracionais:

<u>Exemplo</u>:

$$\mathrm{r}_1 = \sqrt{2} + 1$$
$$\mathrm{r}_2 = \sqrt{2} - 2$$
$$\mathrm{r}_1 - \mathrm{r}_2 = \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + 2 = 3 \rightarrow \text{racional}$$

Caso (2): r_1 e r_2 racionais:

<u>Exemplo</u>:

$$\mathrm{r}_1 = 1$$
$$\mathrm{r}_2 = -2$$
$$\mathrm{r}_1 - \mathrm{r}_2 = 1 + 2 = 3 \rightarrow \text{racional}$$

→ **Para que** $\mathbf{r_1} + \mathbf{r_2} + \mathbf{r_3}$ **seja racional, sabendo que** $(\mathbf{r_1} - \mathbf{r_2})$ é **racional**.

Caso (1): Se r_1 e r_2 são irracionais, então r_3 é irracional

<u>Exemplo</u>:

$$\mathrm{r}_1 = \sqrt{2} + 1$$
$$\mathrm{r}_2 = \sqrt{2} - 2$$
$$\mathrm{r}_3 = -2\sqrt{2} + 5$$
$$\mathrm{r}_1 + \mathrm{r}_2 + \mathrm{r}_3 = \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} - 2 - 2\sqrt{2} + 5 = 1 - 2 + 5 = 4$$

Caso (2): Se r_1 e r_2 são racionais, então r_3 é racional

<u>Exemplo</u>:

$$\mathrm{r}_1 = 1$$
$$\mathrm{r}_2 = -2$$
$$\mathrm{r}_3 = 5$$
$$\mathrm{r}_1 + \mathrm{r}_2 + \mathrm{r}_3 = 1 - 2 + 5 = 4$$

I) VERDADEIRO

Ver Caso (2)

II) VERDADEIRO

$$\boxed{r_1 + r_2} + \boxed{r_3} = \text{Racional}$$

É racional

Tem que ser racional

III) VERDADEIRO

Se r_3 é racional, para que as duas condições do enunciado sejam respeitadas, então r_1 e r_2 devem ser racionais. **Ver Caso (2).**

<u>Resposta</u>: E

Questão 2)

<u>Informações</u>:

- Número Par: Terminar em 0, 2, 4 ou 6
- Três algarismos distintos

{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}

___ ___ ___

→ Se o último algarismo for o zero:

{1, 2, 3, 4, 5, 6}

___ ___ **0**

{1, 2, 3, 4, 5, 6}

___ ___ **0**

5 Possibilidades Todos os números diponíveis, menos o utilizado no algarismo anterior

6 Possibilidades Todos os números disponíveis {1, 2, 3, 4, 5, 6}

Total = 5 x 6 x 1 = 30 Números

→ Se o último algarismo não for o zero:

{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}

___ ___ ___

3 Possibilidades 2, 4 ou 6

5 Possibilidades Todos os disponíveis, menos o utilizado como o primeiro e último algarismos

5 Possibilidades Todos os disponíveis, menos o utilizado como último algarismo e o zero

Total = 3 x 5 x 5 = 75 Números

$$\mathbf{Total = 30 + 75 = 105\ Números}$$

Resposta: Sem resposta

Questão 3)

Informações:
- Simão = 765 cabeças de gado

→ 36 a mais que o triplo da fazenda vizinha

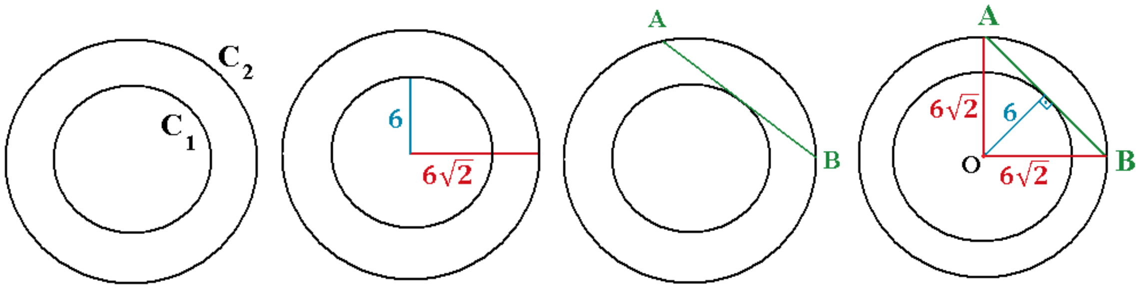
$$\text{Simão} = 3 \text{ x } (\text{Fazenda Vizinha}) + 36$$

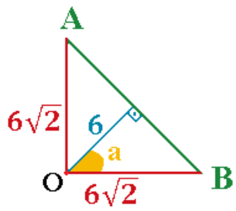
$$\text{Fazenda Vizinha} = \frac{\text{Simão} - 36}{3}$$

$$\text{Fazenda Vizinha} = \frac{765 - 36}{3} = \frac{729}{3}$$

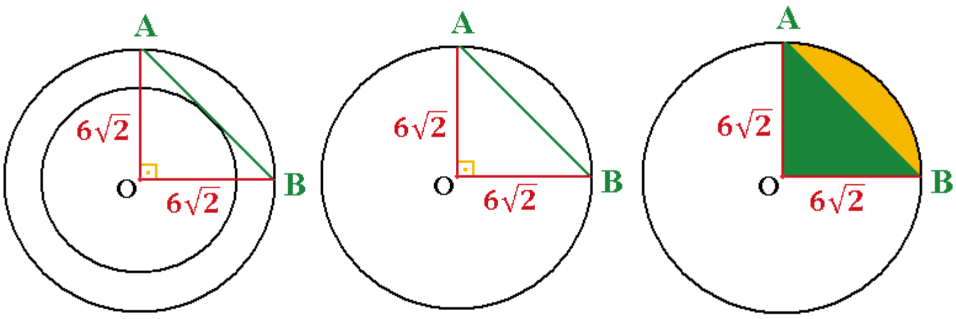
Resposta: C

Questão 4)





$$\cos(a) = \frac{6}{6\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow a = 45°$$



A área da menor região delimitada pela corda $\overline{AB}$ e pelo arco $\widehat{AB}$ corresponde à área amarela. Esta área corresponde a um quarto da área da circunferência C_2 menos a área do triângulo verde.

$$\text{Área (AB)} = \frac{\text{Área } C_2}{4} - \text{Área } \Delta AOB$$

$$\text{Área (AB)} = \frac{\pi r_2^2}{4} - \frac{\left(6\sqrt{2}\right)^2}{2} = \frac{\pi\left(6\sqrt{2}\right)^2}{4} - \frac{\left(6\sqrt{2}\right)^2}{2} = \frac{72\pi}{4} - \frac{72}{2} = 18\pi - 36 = 18(\pi - 2)\ \text{cm}^2$$

<u>Resposta</u>: D

Questão 5)

$$\text{Frequencia (Impar)} = \frac{\text{Ocorrencia de Números Impares}}{\text{Total de Resultados}} = \frac{7+8+9}{7+9+8+7+9+10} = \frac{24}{50} = \frac{12}{25}$$

<u>Resposta</u>: C

Questão 6)

→ Montante inicial de cada um

- João: J
- Maria: M
- Antônia: A

→ Todos juntos tem R$ 100.000

$$\mathbf{J + M + A = 100000 \quad Equação\ (1)}$$

→ Após um ano

- João: J_1
- Maria: M_1
- Antônia: A_1

$$\text{Montante} = \text{Capital Inicial} + \text{Juros}$$

$$\text{Montante} = \text{Capital Inicial} + \text{Capital Inicial x Taxa x Tempo}$$

<u>Aplicando os juros</u>

$$J_1 = J + J \text{ x } 0{,}1 \text{ x } 1 = 1{,}1\ J$$

$$M_1 = 1{,}1\ M$$

$$A_1 = 1{,}1\ A$$

- Antônia passa a ter R$ 11.000 mais o dobro do capital de João

$$A_1 = 11000 + 2J_1$$

$$1{,}1A = 11000 + 2{,}2J$$

$$\mathbf{A = 10000 + 2J \quad Equação\ (2)}$$

→ Após dois anos

- João: J_2
- Maria: M_2
- Antônia: A_2

<u>Aplicando os juros</u>

$$J_2 = J_1 + J_1 \text{ x } 0{,}1 \text{ x } 1 = 1{,}1\, J_1 = 1{,}1 \text{ x } 1{,}1 \text{ J} = 1{,}21 \text{ J}$$

$$M_2 = 1{,}21M$$

$$A_2 = 1{,}1A$$

- O montante de Antônia corresponde a soma dos capitais de Maria e João

$$A_2 = M_2 + J_2$$

$$1{,}21A = 1{,}21M + 1{,}21J$$

$$\mathbf{A = M + J} \quad \textbf{Equação } (\mathbf{3})$$

<u>Substituindo as equações (2) e (3) na (1)</u>:

$$J + M + A = 100000$$

$$A + A = 100000$$

$$A = R\$\ 50.000{,}00$$

<u>Pela equação (2):</u>

$$A = 10000 + 2J$$

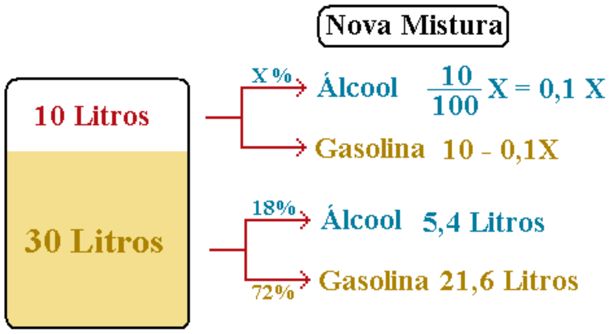
$$50000 = 10000 + 2J$$

$$2J = 40000$$

$$J = R\$\ 20.000{,}00$$

<u>Resposta</u>: A

Questão 7)



Após completar o tanque, a porcentagem **de álcool** deve ser de 20% do tanque completo:

$$0{,}1X + 5{,}4 \ = \frac{20}{100}\,(40)$$

$$0{,}1X + 5{,}4 \ = \frac{20}{100}\,(40)$$

$$0{,}1X = 2{,}6$$

$$\mathbf{X = 26}\ \%$$

<u>**Resposta**</u>**: D**

Questão 8)

$$\frac{a^{-2} + b^{-2}}{a^{-1} + b^{-1}}$$

$$\frac{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$$

$$\frac{\frac{b^2 + a^2}{a^2b^2}}{\frac{a + b}{ab}}$$

$$\frac{b^2 + a^2}{a^2b^2}\ \mathrm{x}\ \frac{ab}{a + b} = \frac{\mathbf{b^2 + a^2}}{(\mathbf{ab})(\mathbf{a + b})}$$

<u>**Resposta**</u>**: B**

Questão 9)

Informações:

- Capacidade às 8h: 2000 litros
- Capacidade às 14h: 1760 litros

→ Em 6 horas o volume do tanque reduziu de 2000 para 1760 litros:

$$\text{Vazao de Escoamento} = \frac{2000 - 1760}{6} = 40 \text{ litros / hora}$$

→ Para que o volume do tanque atinja metade da capacidade inicial, ou seja, 1000 litros, com uma vazão de escoamento de 40 litros por horas:

$$\begin{array}{ccc} 40 \text{ litros} & \rightarrow & 1 \text{ hora} \\ 1000 & \rightarrow & X \end{array}$$

$$X = \frac{1000}{40} = 25 \text{ horas}$$

→ Em 25 horas o volume será reduzido à metade. A partir das 8 horas, essa redução será completa às 9h do dia seguinte:

$$8 \text{ horas} + 25 \text{ horas} \rightarrow 8 \text{ horas} + 1 \text{ hora} + 1 \text{ dia} \rightarrow 9 \text{ horas do dia seguinte}$$

Resposta: E

Questão 10)

Informações:

- 1 kg de alumínio: Desconto de R$ 2,90
- 1 kg de plástico: Desconto de R$ 0,17
- Desconto (D) obtido pela família: R$ 16,20
- Quilogramas de plástico que a família entregou: P
- Quilogramas de alumínio que a família entregou: A

Desconto

$$D = 2{,}9\ A + 0{,}17\ P = 16{,}20$$

A quantidade de plástico foi o dobro da de alumínio

$$P = 2A$$

- Substituindo o valor de P:

$$16{,}20 = 2{,}9A + 0{,}17\,(2A)$$

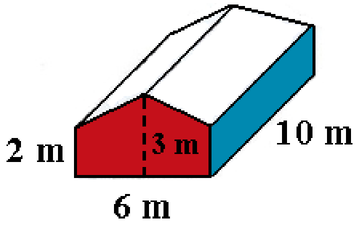
$$16{,}20 = 2{,}9A + 0{,}34A$$

$$16{,}20 = 3{,}24A$$

$$A = 5\text{ kg} \quad P = 10\text{ kg}$$

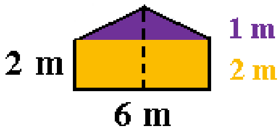
Resposta: E

Questão 11)



$$\text{Volume do Prisma} = \left(\text{Área da Base}\right) \text{ x } (\text{Altura})$$

- A base do prisma



$$\text{Área da Base} = \text{Área do Triângulo} + \text{Área do Retângulo}$$

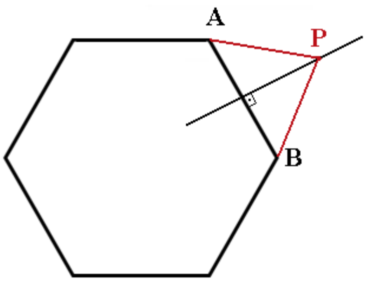
$$\text{Área da Base} = \frac{\text{Base x Altura}}{2} + \text{Altura x Largura}$$

$$\text{Área da Base} = \frac{6 \text{ x } 1}{2} + 2 \text{ x } 6 = 3 + 12 = 15 \text{ m}^2$$

$$\text{Volume do Prisma} = \left(\text{Área da Base}\right) \text{ x } (\text{Altura}) = 15\ x\ 10 = 150\ m^3$$

Resposta: A

Questão 12)



$$\text{Área do Hexágono} = \frac{3\,(\text{lado})^2\sqrt{3}}{2}$$

$$\sqrt{3} = \frac{3\,(\overline{\text{AB}})^2\sqrt{3}}{2}$$

$$(\overline{\text{AB}})^2 = \frac{2}{3} \rightarrow \overline{\textbf{AB}} = \frac{\sqrt{\mathbf{2}}\ \mathbf{x}\ \sqrt{\mathbf{3}}}{\mathbf{3}}\ \mathbf{cm}$$

$$\text{Área do Triângulo PAB} = \frac{(\text{base})\ \text{x}\ (\text{altura})}{2}$$

$$\sqrt{2} = \frac{(\overline{\text{AB}})\ \text{x}\ (\text{altura})}{2}$$

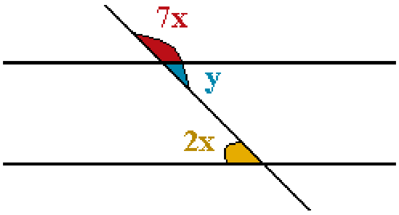
$$\sqrt{2} = \frac{\left(\frac{\sqrt{2}\ \text{x}\ \sqrt{3}}{3}\right)\ \text{x}\ (\text{altura})}{2}$$

$$\text{altura} = \frac{2\ \text{x}\ 3\ \text{x}\ \sqrt{2}}{\sqrt{2}\ \text{x}\ \sqrt{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}\ \text{cm}$$

A altura do triângulo corresponde à distância de P ao lado AB

<u>Resposta</u>: E

Questão 13)



→ Os ângulos y e 2x são alternos internos

$$\mathbf{y = 2x}$$

→ 7x e y são suplementares

$$7x + y = 180$$

$$7x + 2x = 180$$

$$9x = 180$$

$$x = 20° \quad y = 40°$$

→ Complemento de 2x +y

$$\text{Complemento} = 90 - (2x + y)$$

→ Suplemento do complemento

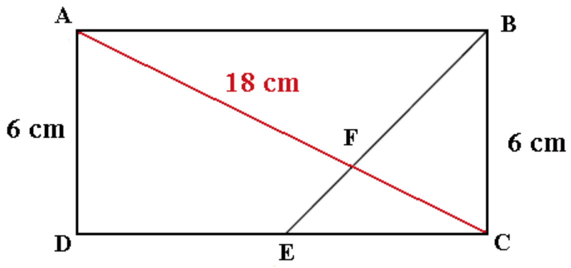
$$\text{Suplemento do complemento} = 180 - [90 - (2x + y)]$$

$$\text{Suplemento do complemento} = 180 - [90 - (40 + 40)]$$

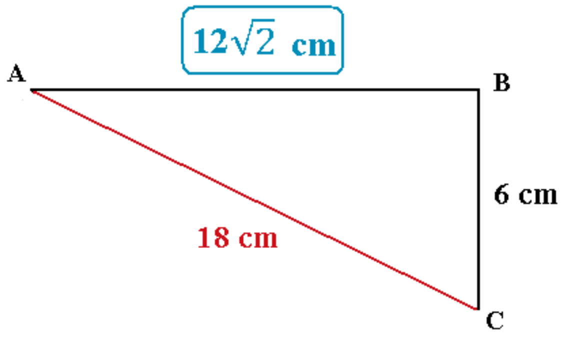
$$\text{Suplemento do complemento} = 170°$$

<u>Resposta</u>: B

Questão 14)



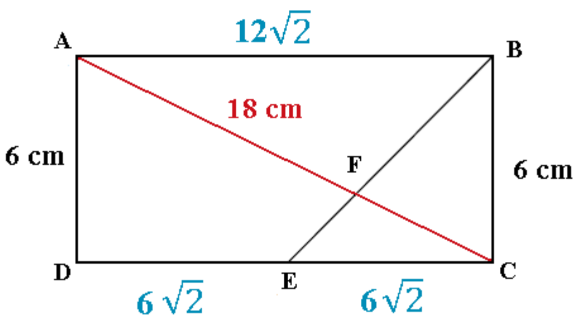
→ Aplicando Pitágoras em Δ ABC



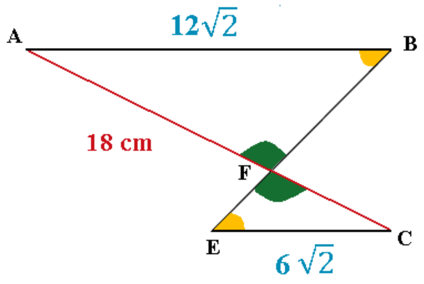
$$(18)^2 = (6)^2 + (\overline{AB})^2$$

$$(\overline{AB})^2 = 288 \rightarrow \overline{AB} = 12\sqrt{2}\text{ cm}$$

→ E é ponto médio de $\overline{CD}$



→ Semelhança ΔABF e ΔCEF



$$\frac{\overline{AB}}{\overline{EC}} = \frac{\overline{AF}}{\overline{FC}} \qquad \frac{12\sqrt{2}}{6\sqrt{2}} = \frac{\overline{AF}}{\overline{FC}}$$

$$\overline{AF} = 2\,\overline{FC}$$

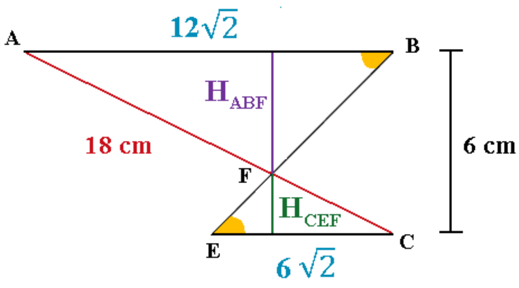
Se $\overline{AC} = 18$ cm

$$\overline{AF} + \overline{FC} = 18$$

$$2\,\overline{FC} + \overline{FC} = 18$$

$$\overline{FC} = 6 \text{ cm}$$

→ Semelhança ΔABF e ΔECF



$$\frac{\overline{AB}}{\overline{EC}} = \frac{H_{ABF}}{H_{CEF}} \qquad \frac{12\sqrt{2}}{6\sqrt{2}} = \frac{H_{ABF}}{H_{CEF}}$$

$$H_{ABF} = 2\,H_{CEF}$$

$$H_{ABF} + H_{CEF} = 6$$

$$2H_{CEF} + H_{CEF} = 6$$

$$H_{CEF} = 2 \text{ cm e } H_{ABF} = 4 \text{ cm}$$

I) VERDADEIRO

$$\overline{CD} = 12\sqrt{2}\ \text{cm}$$

II) FALSO

$$\overline{FC} = 6\ \text{cm}$$

III) FALSO

$$H_{ABF} = 4\ \text{cm}$$

IV) VERDADEIRO

→ Área do ΔCEF

$$\text{Área } \Delta CEF = \frac{\text{Base x Altura}}{2} = \frac{\overline{EC}\ \text{x}\ H_{CEF}}{2} = \frac{6\sqrt{2}\ \text{x}\ 2}{2} = 6\sqrt{2}\ \text{cm}^2$$

<u>Resposta</u>: B

Questão 15)

$$\sqrt[4]{\frac{16a^4b^8(a^2 + 2ab + b^2)^2}{81(a+b)^8}}$$

$$\sqrt[4]{\frac{(2ab^2)^4((a+b)^2)^2}{3^4(a+b)^8}}$$

$$\sqrt[4]{\frac{(2ab^2)^4(a+b)^4}{3^4(a+b)^8}}$$

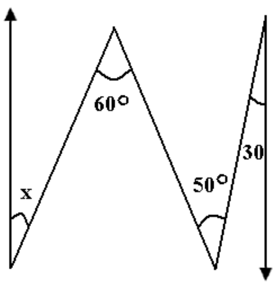
$$\frac{2ab^2\ (a+b)}{3(a+b)^2} = \frac{2ab^2}{3(a+b)}$$

$$a = \frac{1}{2}\ \text{e}\ b = 3$$

$$\frac{2ab^2}{3(a+b)} = \frac{2\ \text{x}\ \left(\frac{1}{2}\right)\ \text{x}\ (3)^2}{3\ (\frac{1}{2}+3)} = \frac{3^2}{3\ \left(\frac{7}{2}\right)} = \frac{9\ \text{x}\ 2}{3\ \text{x}\ 7} = \frac{18}{21} = \frac{6}{7}$$

<u>Resposta</u>: B

Questão 16)



$$x + 50 = 60 + 30$$

$$x + 50 = 90$$

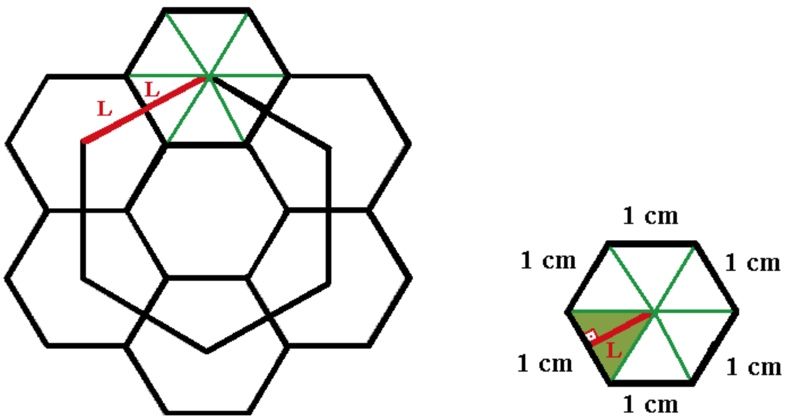
$$x = 40°$$

→ Suplemento de x

$$180 - 40 = 140°$$

<u>Resposta</u>: B

Questão 17)

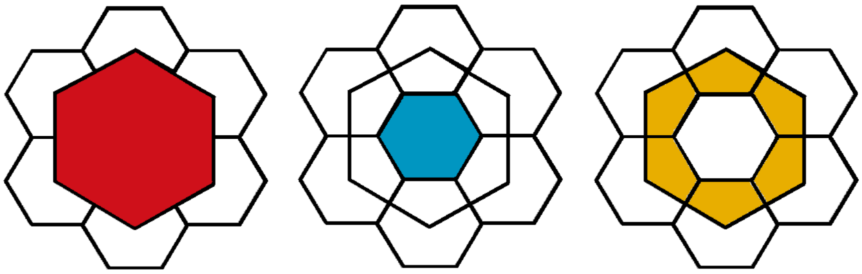


$$\text{Área do Hexágono Menor} = \frac{3(\text{lado})^2\sqrt{3}}{2} = \frac{3\,(1)^2\sqrt{3}}{2} = \frac{3\,\sqrt{3}}{2}\ \text{cm}^2$$

$$\text{Área do Triângulo} = \frac{(\text{base})\ \text{x}\ (\text{altura})}{2} = \frac{\text{Área do Hexágono Menor}}{6}$$

$$\frac{(1)\ \text{x}\ (\text{L})}{2} = \frac{\frac{3\,\sqrt{3}}{2}}{6}$$

$$\text{L} = \frac{3\,\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}\ \text{cm}$$



→ O lado do hexágono vermelho

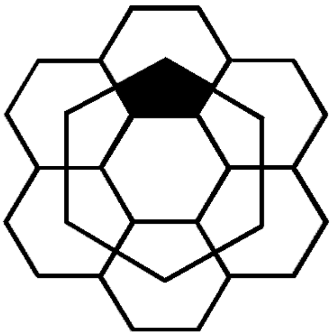
$$\text{Lado do Hexágono Maior (Vermelho)} = 2 \text{ x L} = 2 \text{ x} \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$\text{Área do Hexágono Maior (Vermelho)} = \frac{3(\text{lado})^2\sqrt{3}}{2} = \frac{3\left(\sqrt{3}\right)^2\sqrt{3}}{2} = \frac{3 \text{ x } 3 \text{ x } \sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$$

$$\text{Área do Hexágono Menor (Azul)} = \frac{3(\text{lado})^2\sqrt{3}}{2} = \frac{3\ (1)^2\sqrt{3}}{2} = \frac{3\ \sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$$

A área do hexágono maior (vermelho) menos a área do hexágono menor (azul) corresponde aos seis pentágonos pintados de amarelo. A área do pentágono sombreado é corresponde a um desses seis pentágonos amarelos.

$$\text{Área do Hexágono Maior} - \text{Área do Hexágono Menor} = \frac{9\sqrt{3}}{2} - \frac{3\ \sqrt{3}}{2} = \frac{6\ \sqrt{3}}{2} = 3\ \sqrt{3}\ cm^2$$

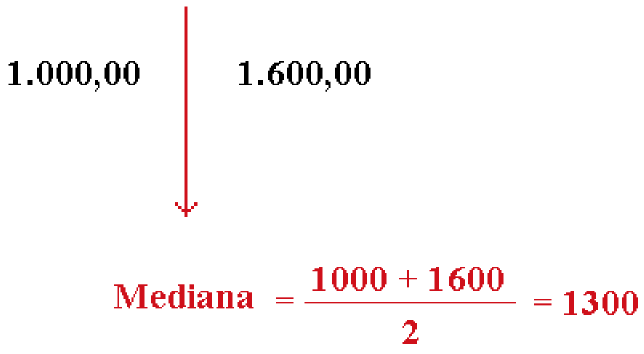


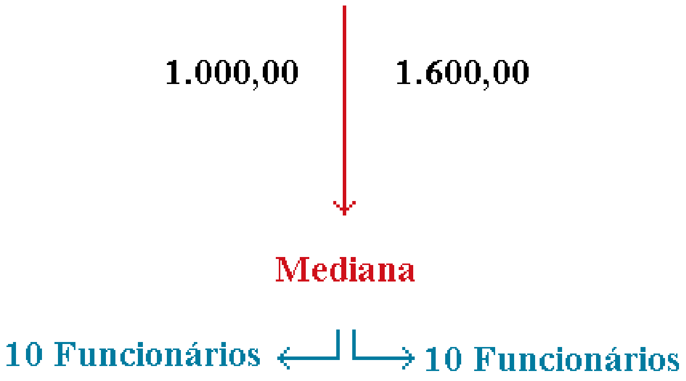
$$\text{Área do Pentágono} = \frac{\text{Área do Hexágono Maior} - \text{Área do Hexágono Menor}}{6} = \frac{3\ \sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$$

<u>Resposta</u>: E

Questão 18)

→ Para a mediana ser R$ 1.300,00.





→ Os 10 funcionários do lado direito são compostos de:

$-$ Com salário de 1600 $= 12 - \mathrm{D}$ (demitidos)
$-$ Com salário de 2000 $= 5$
$-$ Com salário de 2500 $= 3$

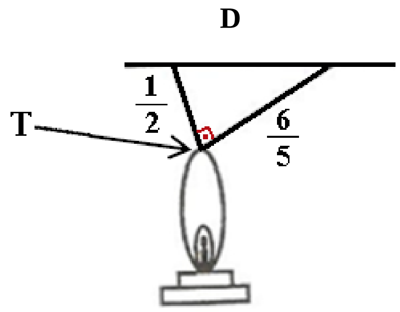
<u>Assim</u>

$$12 - \mathrm{D} + 5 + 3 = 10$$

$$\mathrm{D} = 10 \text{ demitidos}$$

<u>Resposta</u>: D

Questão 19)

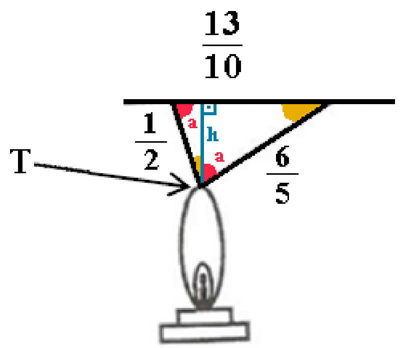


$$D^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{6}{5}\right)^2$$

$$D^2 = \frac{1}{4} + \frac{36}{25} = \frac{25 + 144}{100} = \frac{169}{100}$$

$$D = \frac{13}{10} \text{ m}$$

→ Distancia do topo do lampião ao teto



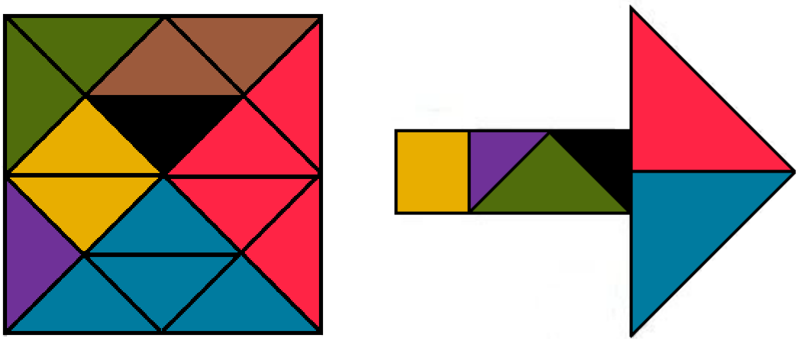
$$\text{sen (a)} = \frac{h}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{6}{5}}{\frac{13}{10}}$$

$$h = \frac{6}{5} \text{ x } \frac{10}{13} \text{ x } \frac{1}{2} = \frac{6}{13} \text{ m}$$

<u>**Resposta**</u>**: E**

Questão 20)

$$\text{Área do Triângulo Sombreado} = 9 \text{ cm}^2$$



O quadrado pode ser divido em 16 peças iguais ao triângulo sombreado. A figura 2 foi construída com todas as peças do Tangran, exceto o paralelogramo (área marrom). Assim, a seta possui o equivalente a 14 triângulos sombreados:

$$\text{Área da Seta} = \text{Área do Tangran} - \text{Área do Paralelogramo}$$

$$\text{Área da Seta} = 16\left(\text{Área do Triângulo}\right) - 2\,(\text{Área do Triângulo})$$

$$\text{Área da Seta} = 14\left(\text{Área do Triângulo}\right) = 14 \text{ x } 9 = 126 \text{ cm}^2$$

<u>**Resposta**</u>**: B**