Colégio Militar de Brasília

Concurso de Admissão ao 1º Ano do Ensino Médio – 2013/2014

Prova de Matemática – 06 de Outubro de 2013

Prova Resolvida

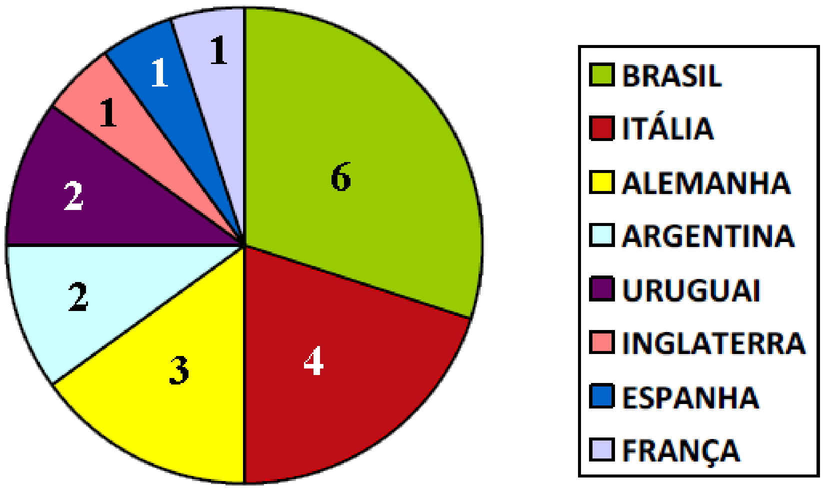
http://estudareconquistar.wordpress.com/

Prova e Gabarito: http://estudareconquistar.wordpress.com/downloads/

CMB: http://www.cmb.ensino.eb.br/

Agosto 2014

Questão 1)



$$\text{Total de Títulos} = 6 + 4 + 3 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1 = 20$$

→ O ângulo total do gráfico é de 360º que corresponde aos 20 títulos. O ângulo central associado aos 6 títulos do Brasil é:

$$\begin{array}{ccc} 20 \text{ Títulos} & \rightarrow & 360° \\ 6 \text{ Títulos (Brasil)} & \rightarrow & X \end{array}$$

$$X = \frac{360 \text{ x } 6}{20} = 108°$$

<u>**Resposta**</u>**: C**

Questão 2)

<u>Ângulo Interno Polígono Regular</u>:

$$A_i = \frac{180\ (n-2)}{n}$$

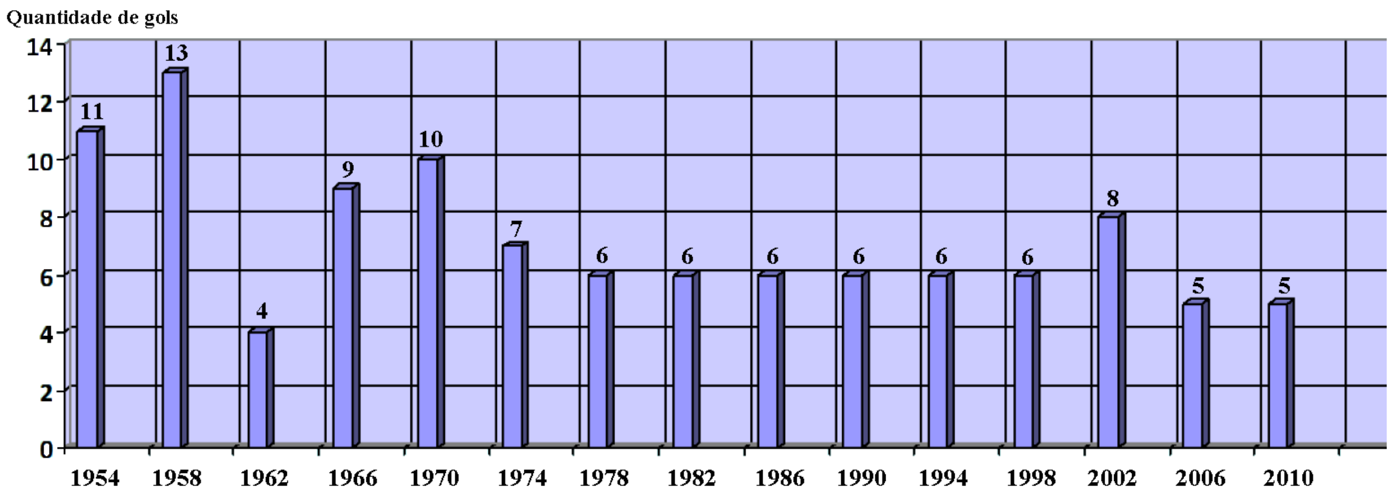
<u>Ângulo Interno do Pentágono</u>:

$$A_i = \frac{180\ (5-2)}{5} = \frac{180 \text{ x } 3}{5} = 108°$$

O setor circular de ângulo central 108º, como já foi calculado na questão anterior, está associado ao Brasil.

<u>**Resposta**</u>**: A**

Questão 3)



(FALSO)

O artilheiro da Copa de 1958 foi o melhor artilheiro, mas com **13** gols marcados.

(FALSO)

$$\text{Média} = \frac{11+13+4+9+10+7+6+6+6+6+6+6+8+5+5}{15} = \frac{108}{15} = 7{,}2$$

$$\text{Acima da Média} = 1954\ (11\ \text{gols}), 1958\ (13\ \text{gols}), 1966\ (9\ \text{gols}), 1970\ (10\ \text{gols}), 2002\ (8\ \text{gols})\ \rightarrow 5\ \text{Copas}$$

Cinco copas não correspondem a mais da metade das Copas

(FALSO)

$$\text{Probabilidade 6 Gols} = \frac{\text{Nº de Artilheiros com 6 gols}}{\text{Total de Artilheiros}} = \frac{6}{15} = 0{,}4$$

A probabilidade é **igual** a 0,4.

Resposta: A

Questão 4)

Informações:

Taxa de juros: 20% → 0,2

Tempo da Aplicação: 8 anos

Juros Compostos

$$\text{Montante } (M_C) = \text{Capital (C) x } (1 + \text{taxa})^{\text{tempo}}$$

$$\text{Montante } (M_C) = \text{Capital (C)} + \text{Juros } (J_c)$$

Juros Simples

$$\text{Montante } (M_S) = \text{Capital (C)} + \text{Capital (C) x taxa x tempo}$$

$$\text{Montante } (M_S) = \text{Capital (C)} + \text{Juros } (J_S)$$

→ **Inglês**

Montante

$$M_C = 10.000 \text{ x } (1 + 0{,}2)^8$$

$$M_C = 10.000 \text{ x } (1{,}2)^8$$

$$M_C = 10.000 \text{ x } [(1{,}2)^4]^2$$

Se $1{,}2^4 = 2{,}07$

$$M_C = 10.000 \text{ x } [2{,}07]^2$$

$$M_C = 10.000 \text{ x } [4{,}2849] = \text{R\$ } 42.849{,}00$$

Juros

$$J_C = M_C - C$$

$$J_C = 42.849{,}00 - 10.000{,}00 = \text{R\$ } 32.849{,}00$$

→ **Francês**

Montante

$$\text{Montante } (M_S) = 10.000 + 10.000 \text{ x } 0{,}2 \text{ x } 8$$

$$\text{Montante } (M_S) = 10.000 + 16.000 = \text{R\$ } 26.000{,}00$$

Juros

$$J_S = M_S - C$$

$$J_S = 26.000 - 10.000 = \text{R\$ } 16.000{,}00$$

A) FALSO

$$\text{O montante do inglês é de R\$ } 42.849{,}00$$

B) FALSO

$$M = \text{Montante do Francês} = \text{R\$ } 26.000$$

$$M.10^{-3} = \frac{M}{10^3} = \frac{M}{1000} = \frac{26000}{1000} = 26$$

$$26 \text{ não é um número primo}$$

C) FALSO

$$\text{O montante do inglês é de } 42.849 \text{ reais. Este número é ímpar.}$$

D) VERDADEIRO

$$\text{Juros (Ingles)} > 2 \text{ x Juros (Frances)}$$

$$32.849 > 2 \text{ x } (16.000)$$

$$32.849 > 32.000$$

E) FALSO

$$\text{Montante do Francês} = \text{R\$ } 26.000 \;\rightarrow \text{Não é multiplo de 3}$$

Resposta: D

Questão 5)

Informações

- Orçamento Inicial: R$ 700 milhões → R$ 700.000.000,00
- Custo Final Previsto: R$ 1,6 bilhão → R$ 1.600.000.000, 00

→ Aumento de X%:

$$\text{Custo Final Previsto} = \text{Orçamento Inicial} + X\%\ \text{Orçamento Inicial}$$

$$1.600.000.000 = 700.000.000 + \frac{X}{100}(\ 700.000.000)$$

$$7.000.000\ X = 1.600.000.000 - 700.000.000$$

$$7.000.000\ X = 900.000.000$$

$$X = \frac{900000000}{7000000} = \frac{900}{7} = 128{,}57\%$$

Resposta: E

Questão 6)

Operários e Horas de Trabalho → Inversamente Proporcionais

Quanto **menos operários, mais** horas de trabalho cada um deve cumprir para acabar um mesmo serviço.

Operários		Cadeiras	Horas de Trabalho	
6	**Diminui** ↓	**12**	**8**	**Aumenta** ↓
5		**5**	**H**	

$$\frac{8}{H} = \frac{5}{6}$$

<u>Cadeiras e Horas de Trabalho</u> → Diretamente Proporcionais

Quanto **menos cadeiras** para instalar, **menos operários** são necessários.

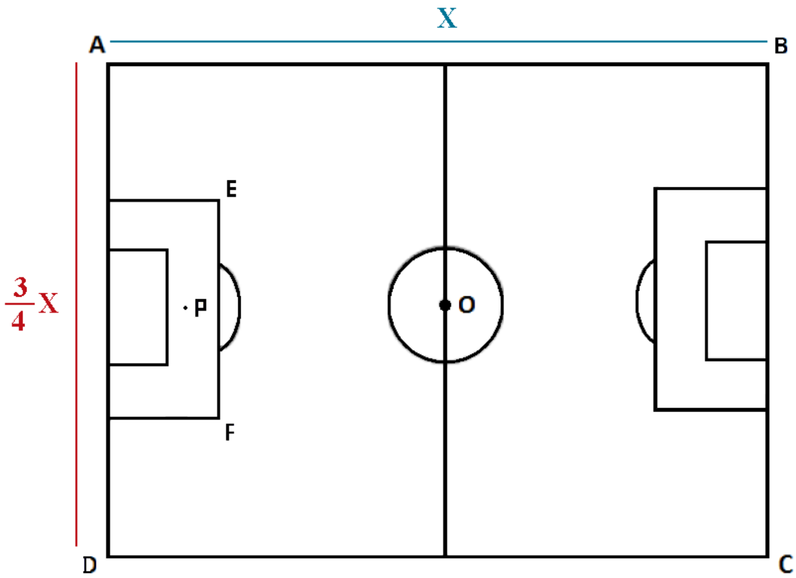
Operários	Cadeiras	Horas de Trabalho
6	12	8
	Diminui	Diminui
5	5	H

$$\frac{8}{H} = \frac{5}{6} \times \frac{12}{5}$$

$$H = \frac{8 \times 6 \times 5}{5 \times 12} = 4 \text{ horas}$$

<u>Resposta</u>: A

Questão 7)

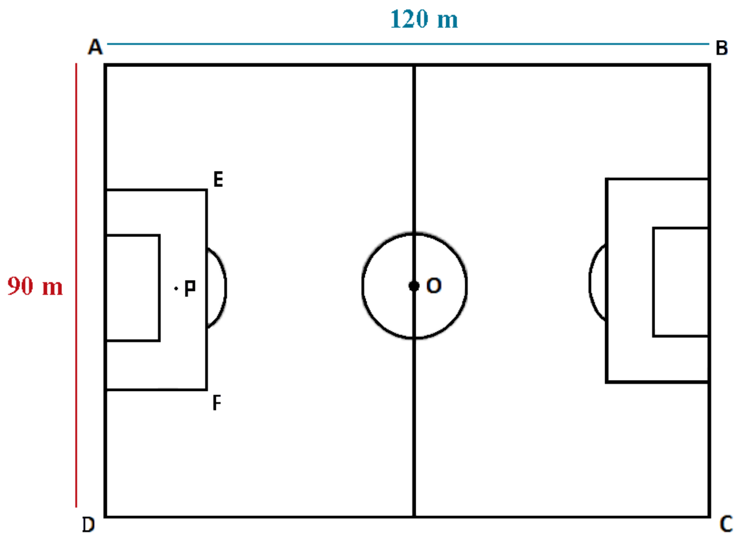


$$\text{Área} = 10800 = X\left(\frac{3}{4}X\right)$$

$$\frac{3}{4}X^2 = 10800$$

$$X^2 = 14400$$

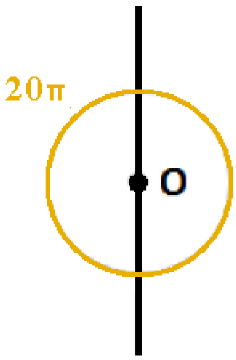
$$\mathbf{X = 120\ m}$$



$$\text{Perímetro} = 120 + 90 + 120 + 90 = 420 \text{ m}$$

<u>Resposta</u>: C

Questão 8)



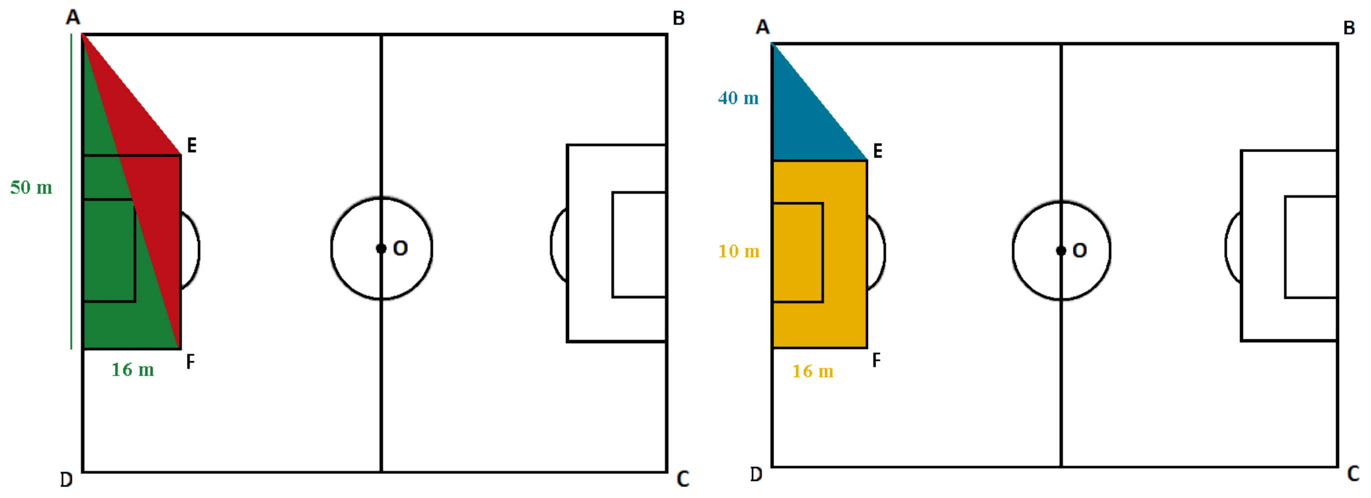
$$\text{Comprimento} = 2\pi r = 20\pi$$

$$r = 10 \text{ m}$$

$$\text{Razão} = \frac{\text{Área do Campo}}{\text{Ára do Círculo Central}} = \frac{10800}{\pi\,(10)^2} = \frac{10800}{300} = 36$$

<u>Resposta</u>: B

Questão 9)



$$S = \text{Área do } \Delta AEF \rightarrow \text{Área Vermelha}$$

A área desejada corresponde as áreas amarela e azul menos a área verde:

$$\text{Área Vermelha (S)} = [\text{Área Azul} + \text{Área Amarela}] - \text{Área Verde}$$

$$\text{Área Vermelha (S)} = \left[\frac{\mathbf{16 \text{ x } 40}}{\mathbf{2}} + \mathbf{10 \text{ x } 16}\right] - \frac{\mathbf{50 \text{ x } 16}}{\mathbf{2}}$$

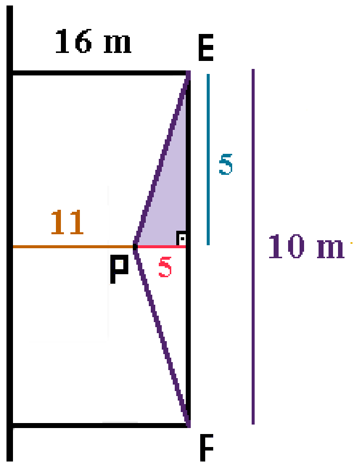
$$\text{Área Vermelha (S)} = [\mathbf{320} + \mathbf{160}] - \mathbf{400}$$

$$\text{Área Vermelha (S)} = [\mathbf{320} + \mathbf{160}] - \mathbf{400}$$

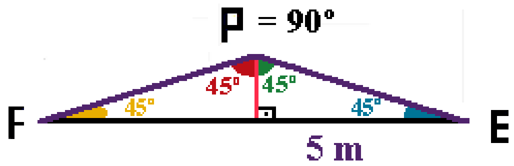
$$\mathbf{S = 80 \text{ m}^2 \rightarrow \text{Divisível por 5}}$$

Resposta: B

Questão 10)



→ O triângulo sombreado é retângulo e isósceles (os catetos medem 5 m). Assim o ângulo $E\widehat{P}F = 90°$



$$\cos 45° = \frac{5}{PE} \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{5}{PE}$$

$$PE = \frac{10}{\sqrt{2}} \text{ x } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2} \text{ m}$$

→ A área do setor circular de 90º e raio $5\sqrt{2}$ m

$$\begin{array}{ccc} 360° & \rightarrow & \pi r^2 \\ 90° & \rightarrow & X \end{array}$$

$$X = \frac{90 \text{ x } \pi . r^2}{360} = \frac{\pi . r^2}{4} = \frac{\pi\left(5\sqrt{2}\right)^2}{4} = \frac{50\pi}{4} = 12{,}5\,\pi \text{ m}^2$$

<u>Resposta</u>: C

Questão 11)

→ Brasília deve estar entre as escolhidas

Brasília → 1º, 2º, 3º ou 4º Jogo → 4 Possibilidades

→ Encaixando Brasília em um dos quatro jogos possíveis, devemos escolher entre as 11 cidades restantes para sediar os outros três jogos. Como não pode haver repetições, quando uma cidade é escolhida ela não pode mais ser contada entre as possibilidades seguintes:

3 Jogos Restantes

11   10   9

Podemos Escolher entre 9 Cidades
(12 cidades menos Brasília e as duas escolhidas para os outros jogos)

Podemos Escolher entre 10 Cidades
(12 cidades menos Brasília e a escolhida anteriormente)

Podemos Escolher entre 11 Cidades
(12 cidades menos Brasília)

→ Total de possibilidades de escolha:

$$\textbf{Total} = 4 \times 11 \times 10 \times 9 = 3960$$

<u>Resposta</u>: E

Questão 12)

$$\text{Cidades Candidatas na Região Sudeste} = \{\text{Rio de Janeiro}, \text{São Paulo}, \text{Belo Horizonte}\}$$

$$\text{Probabilidade (Belo Horizonte ou São Paulo)} = \frac{\text{Cidade de Belo Horizonte}}{\text{Total de Cidades}} + \frac{\text{Cidade de São Paulo}}{\text{Total de Cidades}}$$

$$\text{Probabilidade (Belo Horizonte ou São Paulo)} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

<u>Resposta</u>: D

Questão 13)

Final	R$ 1980	R$ 1320	R$ 880	R$ 330	R$ 165	R$ 880

Moda

R$ 880,00 → Aparece duas vezes

Mediana

Mediana = R$ 880,00

R$ 165 R$ 330 R$ 880 | R$ 880 R$ 1320 R$ 1980

3 Valores ← → 3 Valores

Média

$$\frac{1980 + 1320 + 880 + 330 + 165 + 880}{6} = \frac{5555}{6} = R\$\ 925{,}83$$

Resposta: D

Questão 14)

JOGOS	Categoria 1	Categoria 2	Categoria 3	Categoria 4	Categoria 4 (meia)	Deficiência
Abertura	R$ 990	R$ 660	R$ 440	R$ 160	R$ 80	R$ 440
2 a 48	R$ 350	R$ 270	R$ 180	R$ 60	R$ 30	R5$ 180
49 a 56	R$ 440	R$ 330	R$ 220	R$ 110	R$ 55	R$ 220
57 a 60	R$ 660	R$ 440	R$ 330	R$ 170	R$ 85	R$ 330
61 a 62	R$ 1320	R$ 880	R$ 550	R$ 220	R$ 110	R$ 550
Jogo 63	R$ 660	R$ 440	R$ 330	R$ 170	R$ 85	R$ 330
Final	R$ 1980	R$ 1320	R$ 880	R$ 330	R$ 165	R$ 880

$$\text{Frequência} = \frac{\text{Quantidade de valores R\$ 440}}{\text{Total de valores da tabela}} = \frac{5}{42} = 0.119$$

$$0{,}119 \rightarrow \frac{11{,}9}{100} \rightarrow 11{,}9\ \%$$

Resposta: E

Questão 15)

$$\text{Valor da Viagem} = \text{Valor Fixo} + (\text{Valor por Km})(\text{Km Percorridos})$$

<u>Aeroporto Internacional → Estádio</u>

$$R\$\ 35{,}00 = \text{Valor Fixo} + (\text{Valor por Km})(15) \quad \text{Equação (1)}$$

<u>Estádio → Hotel das Nações</u>

$$R\$\ 10{,}00 = \text{Valor Fixo} + (\text{Valor por Km})(2{,}5) \quad \text{Equação (2)}$$

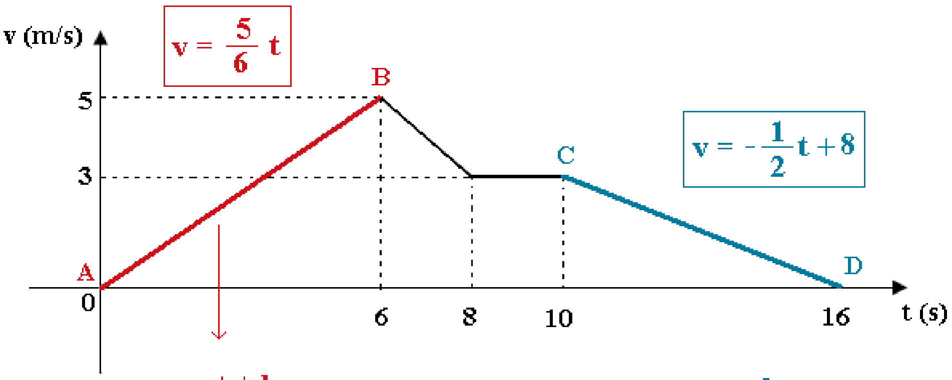
<u>Equação (1) – Equação (2)</u>

$$35{,}00 - 10{,}00 = 15\ (\text{Valor por Km}) - 2{,}5\ (\text{Valor por Km})$$
$$12{,}5\ (\text{Valor por Km}) = 25{,}00$$

$$\text{Valor por Km} = \frac{25}{12{,}5} = R\$\ 2{,}00$$

<u>Resposta</u>: E

Questão 16)



$v = at + b$

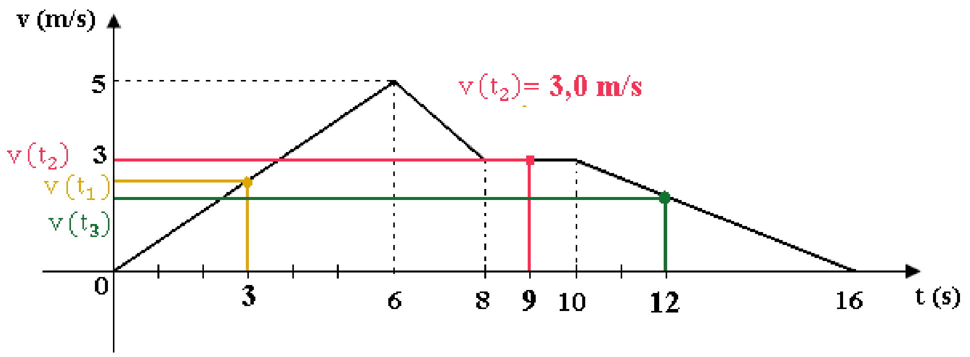
Ponto A: $(0) = (0) + b \rightarrow b = 0$

Ponto B: $(5) = a\,(6) \rightarrow a = 5/6$

$v = at + b$

$$\left.\begin{array}{l} \text{Ponto C: } (3) = a\,(10) + b \\ \text{Ponto D: } (0) = a\,(16) + b \end{array}\right\} \begin{array}{l} a = -1/2 \\ b = 8 \end{array}$$

$\rightarrow$ Nos pontos $t_1 = 3s, t_2 = 9s, t_3 = 12s$, os valores das velocidades são:



O ponto $(t_1, v(t_1))$

está na reta de equação $\rightarrow$ $v = \frac{5}{6}t$

$v(t_1) = \frac{5}{6}(3)$

$v(t_1) = 2{,}5$ m/s

O ponto $(t_3, v(t_3))$

está na reta de equação $\rightarrow$ $v = -\frac{1}{2}t + 8$

$v(t_3) = -\frac{1}{2}(12) + 8$

$v(t_3) = 2{,}0$ m/s

$$v(t_1) + v(t_2) + v(t_3)$$

$$2{,}5 + 3{,}0 - 2{,}0 = 3{,}5 \text{ m/s}$$

<u>Resposta</u>: C

Questão 17) ANULADA

Não é possível resolver a questão, pois a equação da parábola dada no enunciado não corresponde a nenhuma das parábolas do gráfico.

Questão 18)

→ a = valor da raiz da equação A

$$\text{Equação A: } \frac{x}{x+1} + \frac{1}{x-1} = \frac{x+3}{x^2-1}$$

<u>Multiplicando os termos por x² - 1</u>

$$x\,(x-1) + (x+1) = (x+3)$$

$$x^2 - x + x + 1 = x + 3$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(1)(-2)$$

$$\Delta = 1 + 8 = 9$$

<u>Raízes</u>

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1+3}{2} = 2 \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1-3}{2} = -1$$

$a = 2$ (a não pode assumir o valor da raiz negativa, pois o placar não admite nº negativo de gols)

→ b = resultado da expressão B

$$\text{Expressão B: } \frac{2.\left(\frac{1}{4}\right)^{-1} - 2^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}}$$

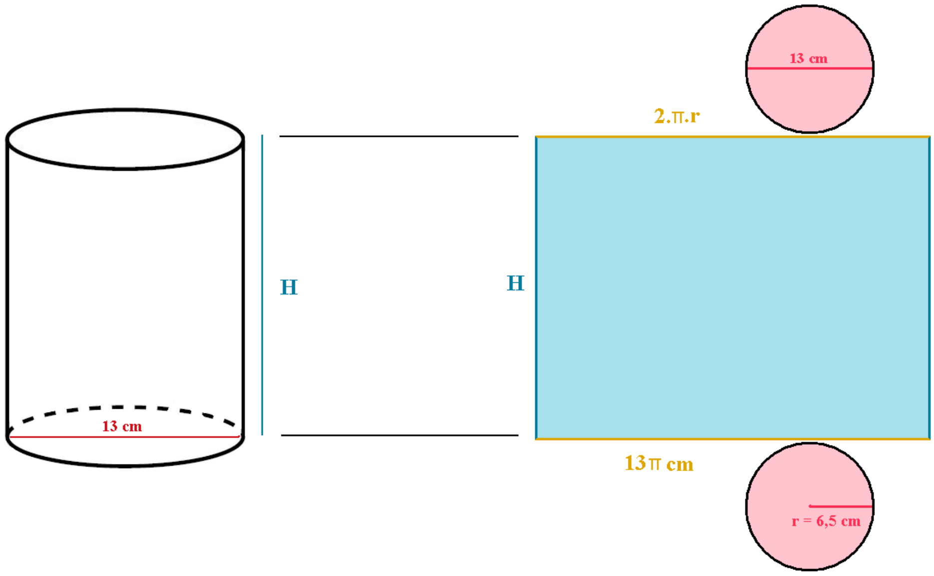
$$\frac{2.\left(\frac{4}{1}\right) - 4}{2^2} = \frac{8-4}{4} = 1$$

$$b = 1$$

PLACAR → a x b → 2 x 1

<u>Resposta</u>: B

Questão 19)



$$\text{Área Superficial} = \text{Área Lateral} + 2 \text{ x } (\text{Área das Bases}) = 552{,}5\pi$$

$$\text{Área Superficial} = (13\pi \text{ x } H) + 2 \text{ x } (\pi(6,5)^2) = 552{,}5\pi$$

$$\text{Área Superficial} = 13\pi H + 84,5\pi = 552{,}5\pi$$

$$13\pi H = 468\pi$$

$$H = 36 \text{ cm}$$

Resposta: A

Questão 20)

$$\text{Densidade do troféu} = \frac{\text{Massa do Troféu}}{\text{Volume do Troféu}} = 19{,}2 \text{ g/cm}^3$$

Derretendo o troféu

$$\text{Quantidade de Ouro no Troféu} = 260 \text{ cubinhos de } 1 \text{ cm}$$

$$\text{Volume do cubinho} = 1 \text{ cm}^3$$

$$\text{Volume do Troféu} = 260 \text{ cm}^3$$

Substituindo na primeira equação

$$\frac{\text{Massa do Troféu}}{260 \text{ cm}^3} = 19{,}2 \text{ g/cm}^3$$

$$\text{Massa do Troféu} = 4992 \text{ g} \rightarrow 4{,}992 \text{ Kg}$$

Resposta: B