Colégio Militar de Manaus

Concurso de Admissão ao 1º ano do Ensino Médio – 2013/2014

Prova de Matemática – 06 de Outubro de 2013

Prova Resolvida

http://estudareconquistar.wordpress.com/

Prova e Gabarito: http://estudareconquistar.wordpress.com/downloads/

CMM: http://www.cmm.ensino.eb.br/index.php/concurso

Agosto 2014

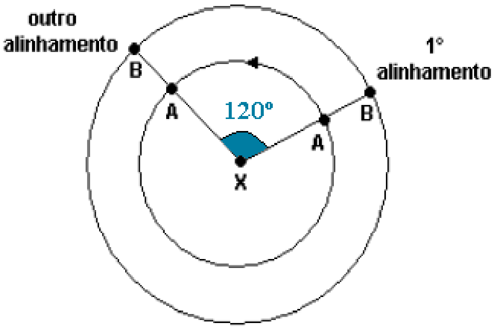
Questão 1)

→ Planeta A

$$\begin{array}{lcl} 1 \text{ volta completa} - 360° & \rightarrow & 300 \text{ dias} \\ \text{X} & \rightarrow & 700 \text{ dias} \end{array}$$

$$X = \frac{700 \text{ x } 360}{300} = 840°$$

$$840° = 720° + 120° = \underbrace{2 \text{ x } 360°}_{\text{Duas Voltas Completas}} + 120°$$



Após os 700 dias o planeta A deu duas voltas completas em torno de X mais 120 graus. O planeta B, até ficar alinhado com A, deu uma volta em torno de X mais o ângulo de 120º. Assim, para determinar quantos dias B leva para dar uma volta completa:

→ Planeta B

$$\begin{array}{rcc} 1 \text{ volta completa} = 360° & \rightarrow & Y \\ 1 \text{ volta completa} + 120° = 480° & \rightarrow & 700 \text{ dias} \end{array}$$

$$Y = \frac{700 \text{ x } 360}{480} = 525 \text{ dias}$$

<u>Resposta</u>: A

Questão 2)

Folhetos	Dias	Máquinas	Rendimento
50.000	5	2	8 h/dia
60.000	X	1	12 h/dia

$$\frac{5}{X} =$$

→ Dias e Folhetos → <u>**Diretamente**</u> Proporcionais: Quantos **mais** folhetos precisam ser feitos, **mais** dias são necessários para o trabalho.

Folhetos	Dias	Máquinas	Rendimento
50.000 ↓ +	5 ↓ +	2	8 h/dia
60.000	X	1	12 h/dia

$$\frac{5}{X} = \frac{50000}{60000}$$

→ Dias e Máquinas → <u>**Inversamente**</u> Proporcionais: Quantos **menos** máquinas operando, mais dias são necessários para realizar o trabalho.

Folhetos	Dias	Máquinas	Rendimento
50.000	5 ↓ +	2 ↓ –	8 h/dia
60.000	X	1	12 h/dia

$$\frac{5}{X} = \frac{50000}{60000} \text{ x } \frac{1}{2}$$

→ Dias e Rendimento → **Inversamente** Proporcionais: Quanto **maior** o rendimento de cada máquina, menos dias são necessários para cumprir a confecção.

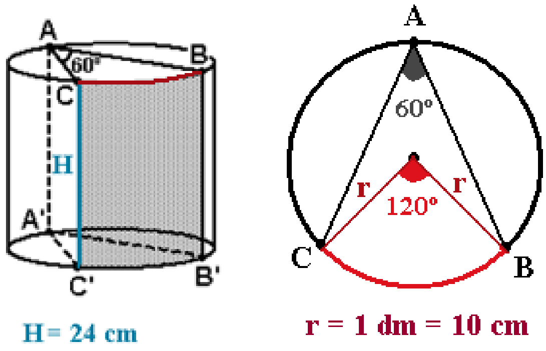
Folhetos	Dias	Máquinas	Rendimento
50.000	5 ↓ –	2	8 h/dia ↓ +
60.000	X	1	12 h/dia

$$\frac{5}{X} = \frac{50000}{60000} \text{ x } \frac{1}{2} \text{ x } \frac{12}{8}$$

$$X = \frac{5 \text{ x } 60000 \text{ x } 2 \text{ x } 8}{50000 \text{ x } 1 \text{ x } 12} = 8 \text{ dias}$$

<u>**Resposta**</u>**: B**

Questão 3)

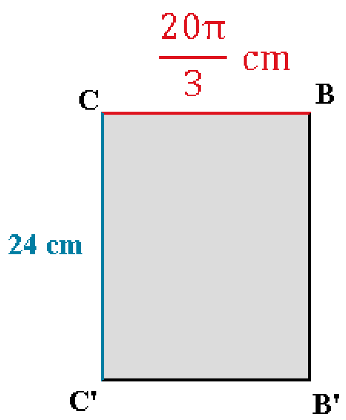


→ O arco BC corresponde a:

$$\begin{array}{ccc} 2\pi r & \rightarrow & 360° \\ BC & \rightarrow & 120° \end{array}$$

$$BC = \frac{2\pi r \times 120}{360} = \frac{2.\pi.10.120}{360} = \frac{20\pi}{3}\ \text{cm}$$

→ Calculando a área



$$\text{Área } BB'C'C = 24 \times \frac{20\pi}{3} = 160\pi\ \text{cm}^2$$

<u>Resposta</u>: E

Questão 4)

→ Rendimento Bruto

$$\text{Rendimento Bruto} = \text{R\% de R } \textbf{mil} \text{ reais} = \frac{R}{100}\,(\,R \times 1000) = 10\,R^2$$

→ Rendimento Líquido

$$\text{Rendimento Líquido} = \text{Desconto de R\% do Rendimendo Bruto} = \text{Rendimento Bruto} - \text{R\% do Rendimento Bruto}$$

$$\text{Rendimento Líquido} = 10R^2 - \frac{R}{100}\,(10R^2) = 10R^2 - \frac{R^3}{10}$$

→ Para que a aplicação seja lucrativa, o rendimento líquido deve ser maior do que zero:

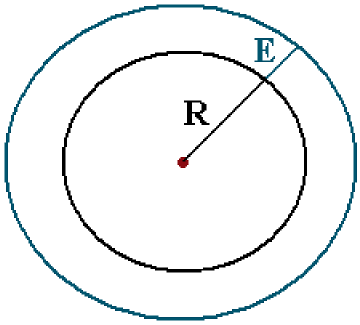
$$\text{Rendimento Líquido} > 0$$
$$10R^2 - \frac{R^3}{10} > 0$$
$$10R^2 > \frac{R^3}{10}$$
$$100 > R$$

→ O maior valor inteiro menor que 100 é 99. Assim, o maior valor de R que torna a aplicação lucrativa:

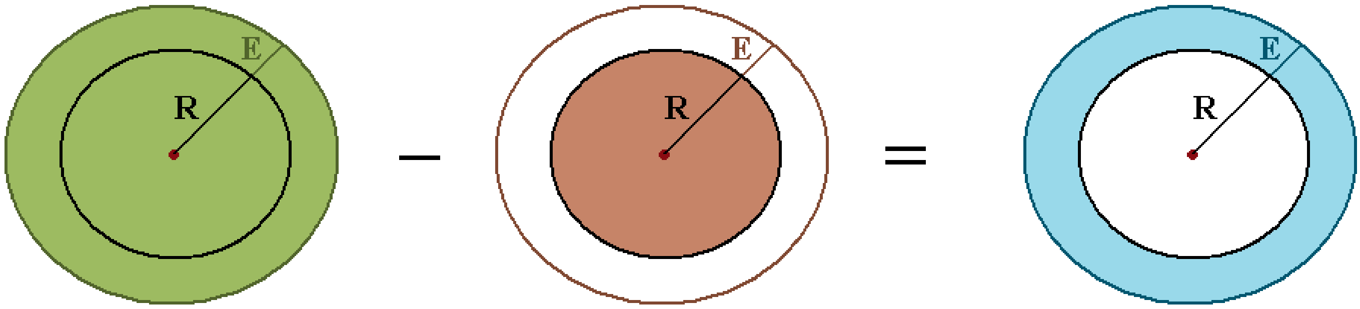
$$R = 99 \text{ mil reais}$$

Resposta: C

Questão 5)



R - Raio da Terra
E - Espessura da Camada de Água



O volume de água (região azul) é igual ao volume total da esfera (Terra + Água), sombreada em verde, menos o volume da Terra (área marrom).

$$\mathbf{V_a} = \frac{\mathbf{4\pi\,(R+E)^3}}{\mathbf{3}} - \frac{\mathbf{4\pi\,(R)^3}}{\mathbf{3}}$$

Para montar um modelo da Terra, devemos manter a proporção entre a quantidade de água e a quantidade de terra do planeta original. Essa proporção é:

$$\frac{\text{Volume de Água}}{\text{Volume de Terra}} = \frac{V_a}{V_t} = \frac{\frac{4\pi\,(R+E)^3}{3} - \frac{4\pi\,(R)^3}{3}}{\frac{4\pi\,(R)^3}{3}} = \frac{(R+E)^3 - (R)^3}{R^3} = \frac{(R+E)^3}{R^3} - \frac{R^3}{R^3} = \left(\frac{R+E}{R}\right)^3 - 1 = \left(1+\frac{E}{R}\right)^3 - 1$$

$$\frac{\mathbf{V_a}}{\mathbf{V_t}} = \left(\mathbf{1} + \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{R}}\right)^{\mathbf{3}} - \mathbf{1}$$

Observe que o valor que caracteriza essa proporção é a razão $\frac{E}{R}$. O valor dessa fração deve ser mantido constante para que o modelo seja uma representação fiel da Terra.

Enunciado

R = 6000 km
E = 3000 m = 3 km

$$\frac{E}{R} = \frac{3}{6000} = \mathbf{0,0005}$$

Alternativa I

Diâmetro = 20 m
R = 10 m = 10000 mm
E = 3 mm

$$\frac{E}{R} = \frac{3}{10000} = \mathbf{0,0003}$$

Alternativa II

Diâmetro = 20 m
R = 10 m = 10000 mm
E = 5 mm

$$\frac{E}{R} = \frac{5}{10000} = \mathbf{0,0005}$$

Alternativa III

Diâmetro = 12 m
R = 6 m
E = 3 m

$$\frac{E}{R} = \frac{3}{6} = \mathbf{0,5}$$

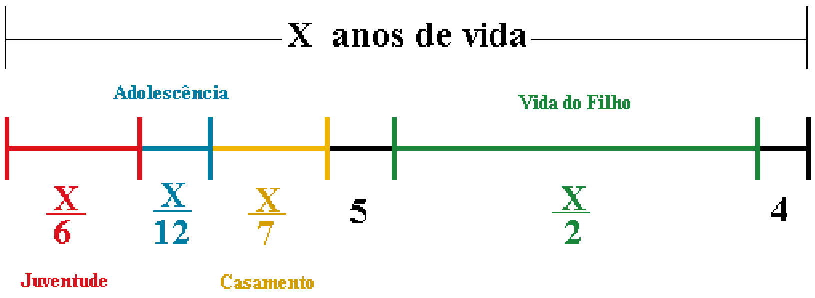
Alternativa IV

Diâmetro = 12 m
R = 6 m = 6000 mm
E = 3 mm

$$\frac{E}{R} = \frac{3}{6000} = \mathbf{0,0005}$$

Resposta: C

Questão 6)



$$\frac{X}{6}+\frac{X}{12}+\frac{X}{7}+5+\frac{X}{2}+4=X$$

$$X-\frac{X}{6}-\frac{X}{12}-\frac{X}{7}-\frac{X}{2}=9$$

$$\frac{84X-14X-7X-12X-42X}{84}=9$$

$$9X=756$$

$$X=84\text{ anos}$$

A sexta parte:

$$\frac{X}{6}=14\text{ anos}$$

Obs.: A questão original quer saber o número de anos vividos por Diofanto. Quando o CMM alterou a pergunta para qual a sexta parte dos anos vividos as opções perderam o sentido, pois um sexto da vida de uma pessoa não poderia ser 84, 72, 48 ou 24 anos. Apenas a opção E é viável nesse caso.

Resposta: E

Questão 7)

Informações:

- Número inicial de alunos: X

→ Divisão inicial dos R$ 48,00

$$\frac{48}{X} = Y$$

→ Após a desistência de seis alunos:

$$\frac{48}{X-6} = Y + 0{,}4$$

Substituindo o valor da primeira equação:

$$\frac{48}{X-6} = \frac{48}{X} + 0{,}4$$

$$48\,(X) = 48\,(X-6) + 0{,}4\,(X-6)(X)$$

$$48X = 48X - 288 + 0{,}4\,(X^2 - 6X)$$

$$48X = 48X - 288 + 0{,}4\,X^2 - 2{,}4X$$

$$0{,}4\,X^2 - 2{,}4X - 288 = 0$$

Dividindo tudo por 0,4

$$X^2 - 6X - 720 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (6)^2 - 4(1)(-720) = 36 + 2880 = 2916$$

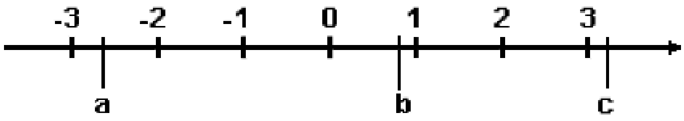
$$X_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{6 + 54}{2} = 30$$

$$X_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{6 - 54}{2} = \mathbf{-24} \;\; \text{(A quantidade de alunos não pode ser negativa)}$$

$$\text{Percentagem que Contribuiu} = \frac{\text{Alunos que contribuiram}}{\text{Total de Alunos}} = \frac{X-6}{X} = \frac{24}{30} = 0{,}8 \;\rightarrow 80\%$$

Resposta: D

Questão 8)



A melhor forma de resolver este tipo de questão é atribuir valores coerentes as variáveis e verificar se obedecem as condições de cada alternativa.

$$a = -2{,}5 \quad b = 0{,}8 \quad c = 3{,}2$$

1. $\frac{b}{c} < 1$ – Verdadeiro

$$\frac{0{,}8}{3{,}2} = 0{,}25 < 1$$

2. a + b > 0 - Falso

$$-2{,}5 + 0{,}8 = -1{,}7 < 0$$

3. bc < c - Verdadeiro

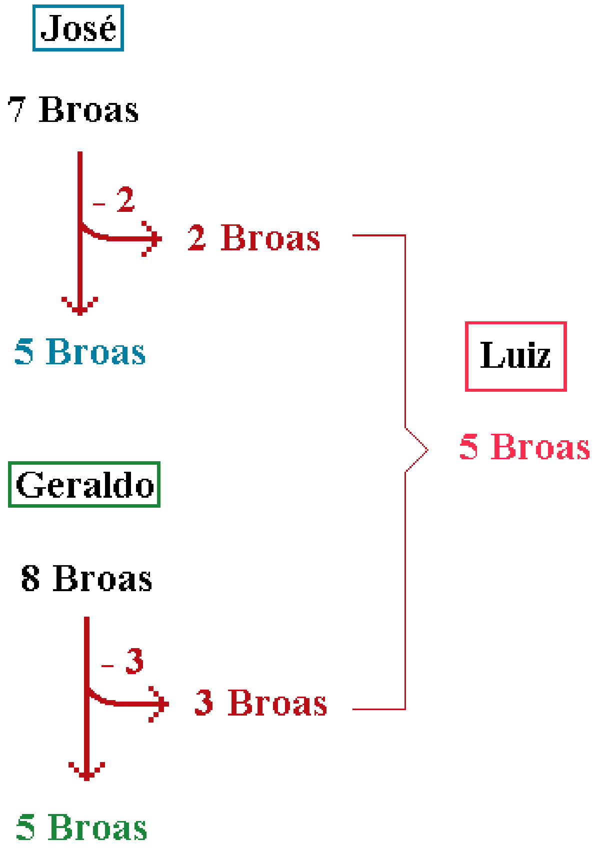
$$0{,}8 \text{ x } 3{,}2 = 2{,}56 < 3{,}2$$

4. ac > b - Falso

$$-2{,}5 \text{ x } 3{,}2 = -8 > 0{,}8$$

<u>Resposta</u>: A

Questão 9)



$$5 \text{ Broas} = 5{,}25$$

$$\mathbf{1\ Broa = R\$\ 1,05}$$

	Broas Divididas	Deveria Receber	Recebeu	Diferença
José	2	1,05 x 2 = R$ 2,10	R$ 2,45	Recebeu R$ 0,35 a mais
Geraldo	3	1,05 x 3 = R$ 3,15	R$ 2,80	Recebeu R$ 0,35 a menos

<u>Resposta</u>: D

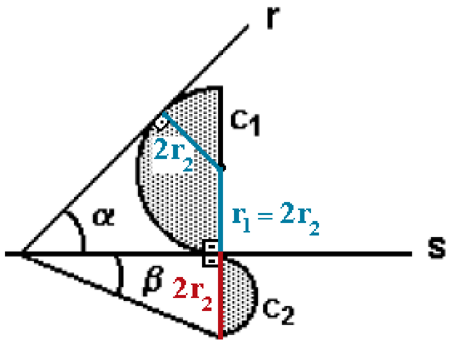
Questão 10)

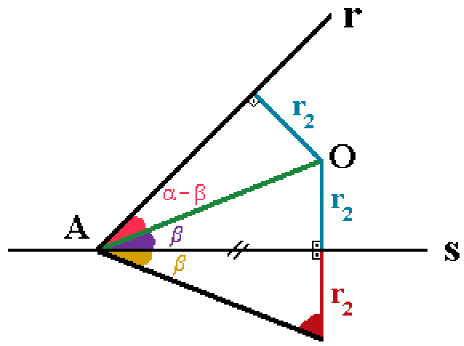
$$\text{Área}\ (C_1) = 4\ \text{Área}\ (C_2)$$

$$\pi\, r_1{}^2 = 4\pi r_2{}^2$$

$$r_1{}^2 = 4r_2{}^2$$

$$r_1 = 2r_2$$



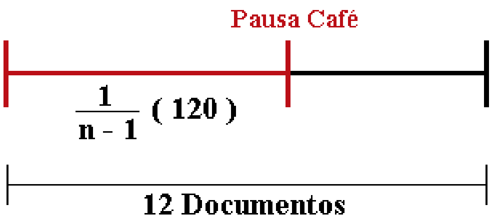


→ Os três triângulos são iguais, o ângulo oposto ao lado r_2 é igual a β:

$$\alpha - \beta = \beta$$
$$\alpha = 2\beta$$

<u>**Resposta**</u>**: D**

Questão 11)



→ Nove documentos a menos

$$\frac{1}{n-1}(120) - 9 = \frac{1}{n+2}(120)$$

$$120\,(n+2) - 9\,(n-1)(n+2) = 120\,(n-1)$$

$$120n + 240 - 9\,(n^2 + n - 2) = 120n - 120$$

$$120n + 240 - 9n^2 - 9n + 18 = 120n - 120$$

$$9n^2 + 9n - 378 = 0$$

$$n^2 + n - 42 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (1)^2 - 4(1)(-42) = 1 + 168 = 169$$

$$n_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + 13}{2} = 6$$

$$n_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 - 13}{2} = -7 \text{ (Não pode ser um número negativo)}$$

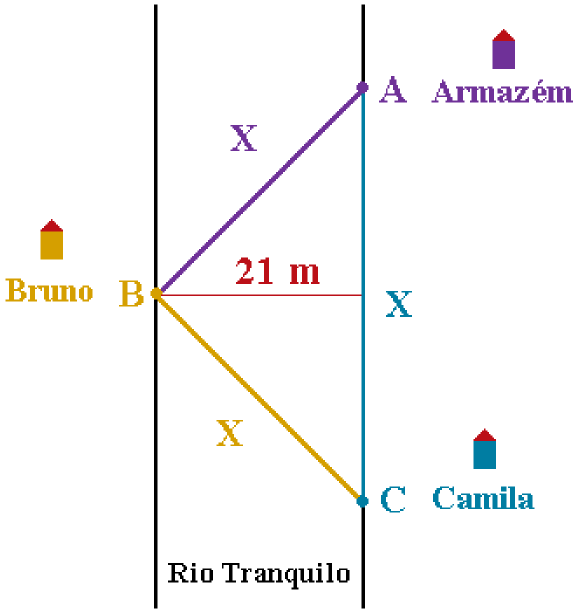
<u>Até a pausa para o café</u>:

$$\frac{1}{n-1}(120) = \frac{1}{6-1}(120) = 24$$

$$\text{Faltam Arquivar} = 120 - 24 = 96$$

<u>Resposta:</u> C

Questão 12)



Bruno percorreu o correspondente ao perímetro do triângulo equilátero ABC formado pelos comprimentos entre as casas de Bruno, Camila e o Armazém "Tem de Tudo".

→ No Δ equilátero:

$$\text{Altura} = \frac{l\sqrt{3}}{2}$$

$$21 = \frac{l\sqrt{3}}{2} \rightarrow \mathbf{l} = \frac{\mathbf{42}}{\sqrt{\mathbf{3}}}\ \mathbf{m}$$

$$\text{Perímetro} = 3l = 3\ \text{x} \frac{42}{\sqrt{3}} = \frac{126}{\sqrt{3}}\ \text{m}$$

→ A distância multiplicada pela $\sqrt{3}$:

$$\frac{126}{\sqrt{3}}\ \text{x}\ \sqrt{3} = 126\ \text{m}$$

<u>Resposta</u>: A

Questão 13)

$$\text{Volume Cubo Completo} = (\text{lado})^3 = 80 \text{ x } 80 \text{ x } 80 = 512000 \text{ cm}^3$$

$$\text{Volume do Orifício} = \text{Área da Base x Altura} = \text{L}^2 \text{x } 80 = 80\text{L}^2$$

$$\text{Volume do Bloco} = \text{Volume do Cubo} - \text{Volume do Orifício} = 512000 - 80\text{L}^2$$

<u>Segundo a condição dada</u>:

$$\text{Volume do Bloco} = \text{Volume do Orifício}$$

$$512000 - 80\text{L}^2 = 80\text{L}^2$$

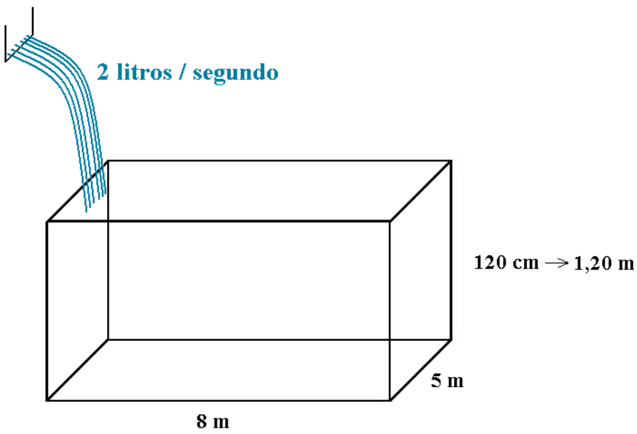
$$160\text{L}^2 = 512000$$

$$\text{L}^2 = 3200$$

$$\mathbf{L = 40\sqrt{2}\ m}$$

<u>Resposta</u>: B

Questão 14)



$$\text{Volume do Reservatório} = 8 \text{ x } 5 \text{ x } 1{,}2 = 48 \text{ m}^3$$

$$48 \text{ m}^3 \rightarrow 48000 \text{ dm}^3 = 48.000 \text{ l}$$

$$\begin{array}{ccc} 2 \text{ litros} & \rightarrow & 1 \text{ segundo} \\ 48000 \text{ litros} & \rightarrow & \text{X} \end{array}$$

$$\text{X} = \frac{48000}{2} = 24000 \text{ segundos}$$

$$24000 \rightarrow 21600 + 2400 \rightarrow 6 \text{ x } 3600 + 40 \text{ x } 60 \rightarrow 6 \text{ horas } 40 \text{ minutos}$$

<u>Resposta</u>: C

Questão 15)

Informações:

- Preço a Vista = R$ 1.800,00

$$\text{Entrada} = 25\%\ \text{Preço a Vista} = \frac{25}{100}\ (1800) = \text{R\$ } 450{,}00$$

Os R$ 1.350,00 que faltam para completar o preço da TV serão pagos três meses depois, como uma parcela de R$ 1.512,00. Os juros simples que correspondem a esse valor são:

$$\text{Montante Final} = \text{Capital Inicial} + \text{Capital Incial x taxa x Tempo}$$

$$1512 = 1350 + 1350 \text{ x taxa x } 3$$

$$1350 \text{ x taxa x } 3 = 162$$

$$\text{taxa} = \frac{162}{1350 \text{ x } 3} = 0{,}04 = \frac{4}{100} \rightarrow 4\%$$

Resposta: B

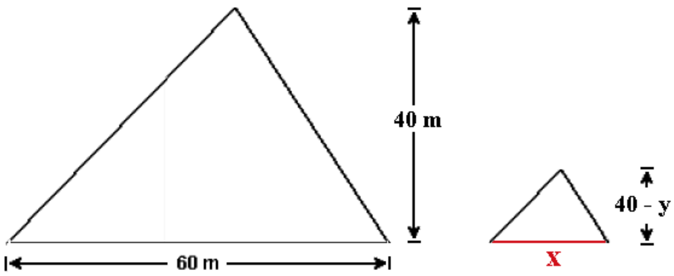
Questão 16)

$$\text{Área do Terreno Triângular} = 1200\ \text{m}^2 = \frac{\text{Base x Altura}}{2} = \frac{60 \text{ x H}}{2} = 30\text{H}$$

$$30\text{H} = 1200$$

$$\text{H} = 40\ \text{m}$$

Triângulos Semelhantes

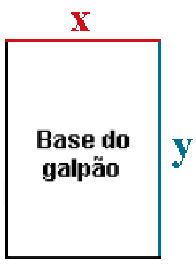


$$\frac{40}{60} = \frac{40 - y}{x}$$

$$40x = 2400 - 60y$$

$$\mathbf{x = 60 - 1,5y}$$

Área da Base Retangular



$$\text{Área Base} = xy = 504\ m^2$$

Substituindo o valor de x

$$(60 - 1,5y)\ y = 504$$

$$-1,5y^2 + 60y - 504 = 0$$

→ Dividindo tudo por - 1,5

$$y^2 - 40y + 336 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (40)^2 - 4(1)(336) = 1600 - 1344 = 256$$

$$y_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{40 + 16}{2} = 28$$

$$y_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{40 - 16}{2} = 12$$

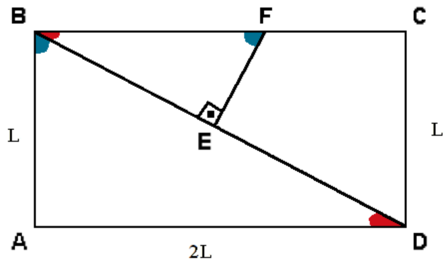
→ Há duas possibilidades, queremos o menor valor:

$$y = 28 \text{ e } x = 18 \ \rightarrow \text{Perímetro} = 2x + 2y = 92m$$

$$y = 12 \text{ e } x = 42 \ \rightarrow \text{Perímetro} = 2x + 2y = 108\ m$$

Resposta: B

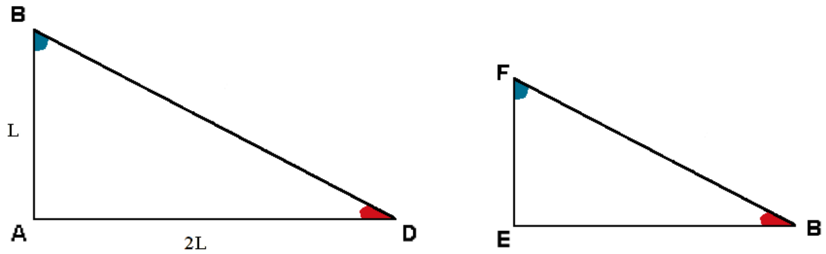
Questão 17)



$$\text{Área ABCD} = 5 \text{ x } (\text{Área } \Delta \text{ BEF})$$

$$2L^2 = 5 \left(\frac{\text{BE x EF}}{2}\right) \rightarrow \text{equação } (1)$$

<u>Triângulos Semelhantes</u>



$$\frac{BA}{AD} = \frac{EF}{BE} = \frac{L}{2L} = \frac{1}{2}$$

$$BE = 2 \text{ EF}$$

Substituindo o valor de BE na equação (1):

$$2L^2 = 5 \left(\frac{2 \text{ EF x EF}}{2}\right)$$

$$2L^2 = 5 \text{ EF}^2$$

$$EF^2 = \frac{2L^2}{5}$$

Aplicando Pitágoras ao Δ BEF

$$BF^2 = BE^2 + EF^2$$

$$BF^2 = (2EF)^2 + EF^2$$

$$BF^2 = 5EF^2$$

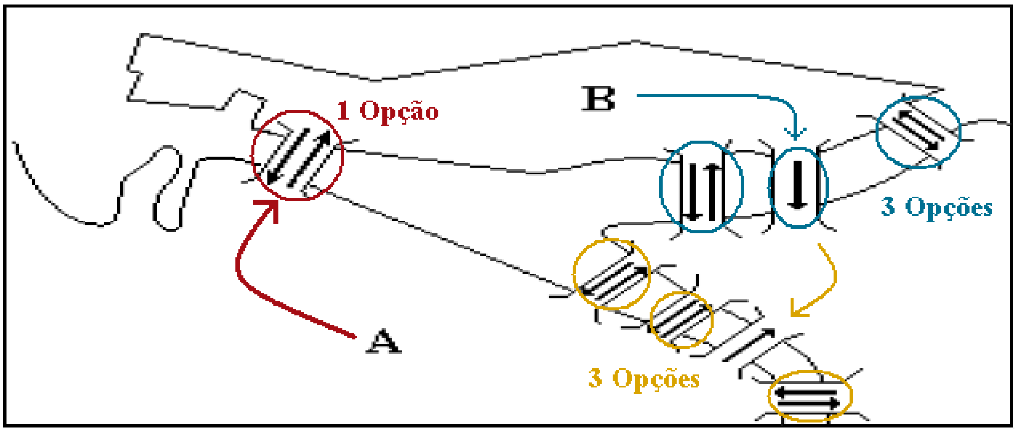
$$BF^2 = 5 \left(\frac{2L^2}{5}\right) = 2L^2$$

$$BF = L\sqrt{2}$$

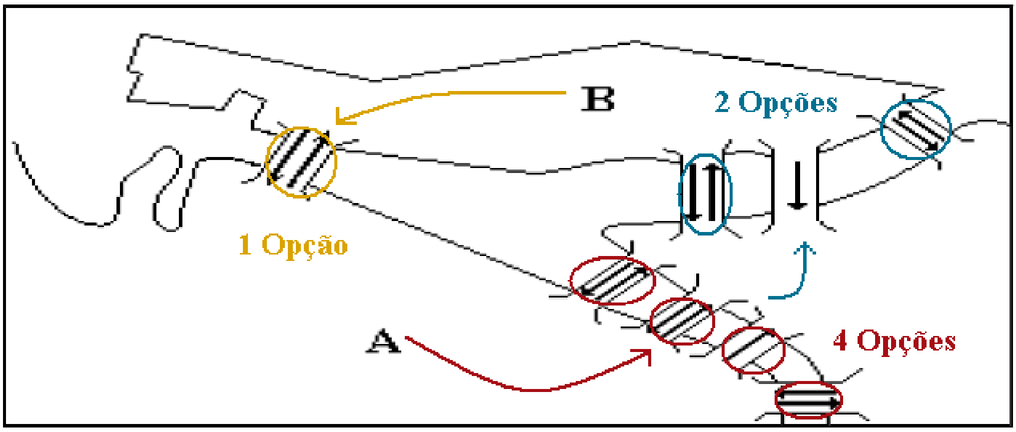
<u>Resposta</u>: E

Questão 18)

Há duas possibilidades para começar a viagem de A ao ponto B, começando pela ponte da esquerda ou pelas pontes à direita:



1 x 3 x 3 = 9 Caminhos Possíveis



4 x 2 x 1 = 8 Caminhos Possíveis

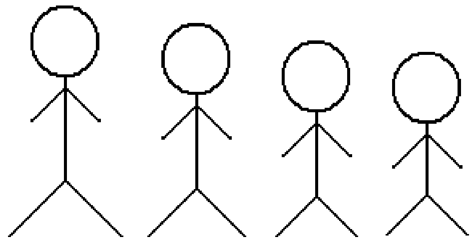
$$\textbf{Total de Caminhos} = 9 + 8 = 17$$

<u>Resposta</u>: C

Questão 19)

Informações:

- Média = 0,172 dam → 1,72 m
- Mediana = 17 dm → 1,70 m



Alturas	A	B	C	D

$$\text{Média} = \frac{A + B + C + D}{4} = 1{,}72$$

$$A + B + C + D = 6{,}88\ \text{m}$$

$$\text{Mediana} = \frac{B + C}{2} = 1{,}70$$

$$B + C = 3{,}40\ \text{m}$$

→ Substituindo o valor B + C na primeira equação:

$$A + 3{,}40\ + D = 6{,}88$$

$$A + D = 3{,}48\ \text{m}$$

→ Média entre as alturas do mais alto e do mais baixo

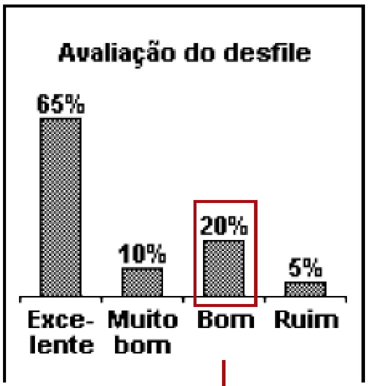
$$\text{Média (Mais alto e mais baixo)} = \frac{A + D}{2} = \frac{3{,}48}{2} = 1{,}74\ \text{m}$$

Resposta: E

Questão 20)

<u>Informações</u>:

- Total de entrevistados: 1.000



20% de 1000 = 200 Turistas

60% → 120 Homens

40% → 80 Mulheres

<u>Resposta</u>: D