

Colégio Militar do Rio de Janeiro
Concurso de Admissão à 5 série (6 ano) – 2003/2004
Prova de Matemática – 25 de Outubro de 2003

Prova

Resolvida

<http://estudareconquistar.wordpress.com/>

Prova e Gabarito: <http://estudareconquistar.wordpress.com/downloads/>

CMRJ: <http://www.cmrij.ensino.eb.br/>

Questão 1)

- 10 primeiros números naturais: $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

- 10 primeiros números pares: $\{0,2,4,6,8,10,12,14,16,18\}$

- 10 primeiros números ímpares: $\{1,3,5,7,9,11,13,15,17,19\}$

$$A: \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19\}$$

$$B: \{0,4,8,12,16,20,24,28,32\}$$

A) FALSA

O conjunto A possui 20 elementos.

B) FALSA

O conjunto B possui 8 elementos.

C) FALSA

Há elementos de B que não estão contidos em A.

D) VERDADEIRA

$$B - A = \{20, 24, 28, 32\}$$

E) FALSA

$$A \cap B = \{0, 4, 8, 12, 16\}$$

Resposta: D

Questão 2)

$$A = \{a, b, c, d\} \quad B = \{b, c, d, e\} \quad C = \{a, c, f\}$$

$$[(A - B) \cup (B - C) \cup (A \cap B)] \cap [(A \cap C) \cup (B \cap A \cap C)]$$

$(A - B) = \{a\}$ → Tudo o que está em A e não está em B

$(B - C) = \{b, d, e\}$ → Tudo o que está em B e não está em C

$(A \cap B) = \{b, c, d\}$ → Interseção dos conjuntos A e B

$(A \cap C) = \{a, c\}$ → Interseção dos conjuntos A e C

$(B \cap A \cap C) = \{c\}$ → Elementos comuns aos três conjuntos: B, A e C

$$[(A - B) \cup (B - C) \cup (A \cap B)] \rightarrow [\{a\} \cup \{b, d, e\} \cup \{b, c, d\}] = \{a, b, c, d, e\}$$

$$[(A \cap C) \cup (B \cap A \cap C)] \rightarrow [\{a, c\} \cup \{c\}] = \{a, c\}$$

$$[(A - B) \cup (B - C) \cup (A \cap B)] \cap [(A \cap C) \cup (B \cap A \cap C)] \rightarrow \{a, b, c, d, e\} \cap \{a, c\} = \{a, c\}$$

Resposta: C

Questão 3)

	Milhão			Milhar			Simplex		
	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
Numeral	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Valor Absoluto	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Valor Relativo	200000000	20000000	2000000	200000	20000	2000	200	20	2

- Valor relativo do algarismo da dezena de milhar: 20000
- Valor absoluto do algarismo da dezena simples: 2
- Quintuplo do valor absoluto da dezena simples = $5 \times 2 = 10$

$$\frac{\text{Valor relativo do algarismo da dezena de milhar}}{\text{Quintuplo do valor absoluto da dezena simples}} = \frac{20000}{5 \times 2} = \frac{20000}{10} = 2000$$

Resposta: C**Questão 4)**

M = 1000
D = 500
C = 100
L = 50
X = 10
V = 5
I = 1

$$\text{DCCLXXXI} \rightarrow 500 + 100 + 100 + 50 + 10 + 10 + 10 + 1 = 781$$

$$\text{CCVI} \rightarrow 100 + 100 + 5 + 1 = 206$$

$$\text{MIX} \rightarrow 1000 + 10 - 1 = 1009$$

$$\text{LXXXIX} \rightarrow 50 + 10 + 10 + 10 + 10 - 1 = 89$$

$$\text{DXLII} \rightarrow 500 + 50 - 10 + 1 + 1 = 542$$

A) FALSA

O primeiro desses números é primo \rightarrow Divisores de 781 = {1, 11, 71, 781} \rightarrow Um número é primo quando é divisível apenas por 1 e por ele mesmo. Portanto, 781 não é primo.

B) VERDADEIRA

- A soma dos números múltiplos de 2 é igual a DCCXLVIII
- Múltiplos de 2 = {206, 542}
- Soma dos múltiplos de 2 = $206 + 542 = 748$
- DCCXLVIII $\rightarrow 500 + 100 + 100 + 50 - 10 + 5 + 1 + 1 + 1 = 6748$

C) VERDADEIRA

- A diferença entre o maior e o menor desses números é igual a CMXX
- Maior número = 1009
- Menor número = 89
- Diferença entre o maior e o menor número = $1009 - 89 = 920$
- CMXX $\rightarrow 1000 - 100 + 10 + 10 = 920$

D) VERDADEIRA

- O sucessor do menor deles é XC
- Menor número = 89
- Sucessor de 89 = 90
- XC = $100 - 10 = 90$

E) VERDADEIRA

- Nenhum deles é divisível por LXIV
- LXIV $\rightarrow 50 + 10 + 5 - 1 = 64$

$$\frac{781}{64} = 12,2 \rightarrow 781 \text{ só é divisível por } \{1, 11, 71, 781\}$$

$$\frac{206}{64} = 3,2 \rightarrow 206 \text{ só é divisível por } \{1, 2, 103, 206\}$$

$$\frac{1009}{64} = 12,2$$

$$\frac{89}{64} = 1,4$$

$$\frac{542}{64} = 8,5$$

- Nenhuma opção resulta em uma divisão exata por 64

Resposta: A

Questão 5)

Bandeja de Arroz → serve 3 pessoas

- Se houvessem 3 convidados, 1 bandeja seria o suficiente para todos.
- Se houvessem 9 convidados, 3 bandejas de arroz serviriam a todos e retornariam vazias.
- Se houvessem 25 pessoas:

→ 8 bandejas seriam suficientes para 24 pessoas e 1 ficaria sem se servir

→ 9 bandejas alimentariam 27 pessoas, porém como só 25 se serviriam as bandejas retornariam à copa com arroz suficiente para mais 2 pessoas.

Portanto, se as bandejas de arroz voltaram vazias o número de convidados na festa era um múltiplo de 3. Caso contrário, sobraria ou faltaria arroz.

Bandeja de Maionese → serve 4 pessoas

Bandeja de Carne → serve 5 pessoas

Bandeja de Massa → serve 6 pessoas

O mesmo raciocínio se aplica à maionese, carne e massa. Assim, o total de convidados é um número múltiplo de 3,4,5 e 6 simultaneamente!

O m.m.c. (3,4,5,6) é o menor número que obedece a essa condição (ser múltiplo de todos simultaneamente)

3	4	5	6	2
3	2	5	3	2
3	1	5	3	3
1	1	5	1	5
1	1	1	1	
MMC				$2^2 \times 3 \times 5 = 60$

Dentre as opções fornecidas pela questão, aquela que corresponde a um múltiplo de 60 é a de 120 convidados.

Resposta: B

Questão 6)

$$\text{m.d.c.}(a,15) = 3$$

- O número a e 15 possuem como divisor comum o número 3
- Divisores de 15 = $\{1,3,5,15\}$

→ Assim, sabemos que o número a não é divisível por 5 ou 15, mas é um múltiplo de 3.

$$\text{m.m.c.}(a,15) = 90$$

- O menor múltiplo comum entre a e 15 é o número 90

Portanto, a é um múltiplo de 3 cujo primeiro múltiplo em comum com 15 é o número 90:

$$\text{Múltiplos de 3} = \{3,6,9,12,15,18,21,24,27,30,33,36,39,42,\dots\}$$

$$\text{m.m.c.}(3,15) = 15$$

$$\text{m.m.c.}(6,15) = 30$$

$$\text{m.m.c.}(9,15) = 45$$

$$\text{m.m.c.}(12,15) = 60$$

$$\text{m.m.c.}(15,15) = 15$$

$$\underline{\text{m.m.c.}(18,15) = 90} \rightarrow a = 18$$

$$a + 15 \rightarrow 18 + 15 = 33 \text{ (maior que 30, porem menor que 40)}$$

Resposta: B

Questão 7)

I) **FALSA**

$$2^m, 3^n, 5$$

360	2
180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	
	$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5 = 2^m \times 3^n \times 5 \rightarrow m = 3 \text{ e } n = 2$$

II) **FALSA**

$$a = 5$$

$$b = 3.a \rightarrow 15$$

$$\text{m.m.c.}(a,b) = \text{m.m.c.}(5,15) = 15$$

$$a \times b = 5 \times 15 = 75$$

$$15 \neq 75$$

III) **VERDADEIRA**

$$\text{m.d.c}(6,14) = 2$$

$$\text{m.d.c}(18,42) = 6$$

$$3 \times [\text{m. d. c.}(6,14)] = \text{m. d. c.}(18,42)$$

$$3 \times [2] = 6$$

IV) **FALSA**

$$\text{m.d.c}(10,16) = 2$$

$$D(10) = \{1,2,5,10\}$$

$$D(16) = \{1,2,4,8,16\}$$

$$\{1,2,5,10\} \cap \{1,2,4,8,16\} = \{1,2\} \rightarrow \text{O menor elemento é o } 1$$

$$\text{m. d. c}(10,16) = 2 \neq \text{Menor elemento} = 1$$

Resposta: E

Questão 8)

Se desejamos encontrar o número de vezes que o fator primo 3 aparece devemos procurar entre os números que possuem este fator, ou seja, os múltiplos de 3. Dos números compreendidos entre 70 e 90 são múltiplos de 3:

- Múltiplos de 3 entre 70 e 90 = {72,75,78,81,84,87}

A questão deseja o produto dos números naturais **ímpares** que estão nesse conjunto:

- Múltiplos de 3 ímpares entre 70 e 90 = {75,81,87}

75	3	81	3	87	3
25	5	27	3	29	29
5	5	9	3	1	$87 = 3 \times 29$
1		3	3		
	$75 = 3 \times 5^2$	1			
			$81 = 3^4$		

$$75 \times 81 \times 87 = 3 \times 5^2 \times 3^4 \times 3 \times 29$$

$$\text{Fatores } 3 = 3 \times 3^4 \times 3 = 3^6 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \rightarrow 6 \text{ vezes}$$

Resposta: D

Questão 9)

Informações:

- Carga máxima do elevador: 396 kg
- Número máximo de caixas no elevador: 12
- Número de caixas: 62
- Peso de cada caixa: 45 kg

Para obedecer a carga máxima de 396 kg, pode-se transportar, no máximo, 8 caixas de 45 kg, totalizando 360 kg. Se podemos transportar 8 caixas e o total de caixas é de 62, deve-se subir 8 vezes para transportar todas.

Resposta: C

Questão 10)

Informações:

- Cada mesa → 6 cadeiras

Setores: A, B

1	2	3	4	5	6	7
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						

- Quantidade de Mesas de A e B:

$$2 \text{ (setores)} \times 7 \text{ (fileiras)} \times 16 = 224$$

- Cadeiras: $224 \times 6 = 1344$

Setores: C,D,E

1	2	3	4	5	6	7	8
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							
17							
18							
19							

- Quantidade de Mesas de C, D e E:

$$3 \text{ (setores)} \times 8 \text{ (fileiras)} \times 19 = 456$$

- Cadeiras: $456 \times 6 = 2736$

Total de Mesas: $224 + 456 = 680$

Total de Cadeiras: $1344 + 2736 = 4080$

Resposta: E

Questão 11)

Informações:

Cano 1: Enche o volume total em 15 h

Cano 2: Enche o volume total em 10 h

Ralo: Esvazia o volume total em 24h

$$\text{– Vazão que entra } \left(\frac{\text{Volume de água}}{\text{tempo}} \right) = \frac{V}{15} + \frac{V}{10} = \frac{5V}{30}$$

$$\text{– Vazão que sai} = \frac{V}{24}$$

Com os dois canos e o ralo abertos, a vazão total é representada por:

$$\text{Vazão final} = \text{Vazão que entra} - \text{Vazão que sai} \rightarrow \frac{5V}{30} - \frac{V}{24} = \frac{20V}{120} - \frac{5V}{120} = \frac{15V}{120} = \frac{V}{8}$$

Assim, tem-se que a vazão de água da piscina corresponde a 15 volumes cheios em 120 h, o que é equivalente a uma piscina cheia em 8 h.

Resposta: B

Questão 12)

$$\frac{204}{595} = \frac{X}{Y} = \frac{2.2.3.17}{5.7.17} = \frac{2.2.3}{5.7} = \frac{12}{35}$$

$$Y = 35 \text{ e } X = 12 \rightarrow Y - X = 35 - 12 = 23$$

Resposta: E

Questão 13)

$$\frac{6 \times 12 \times 18 \times 24 \times 30 \times 36 \times 42 \times 48 \times 54}{10 \times 16 \times 12 \times 2 \times 14 \times 6 \times 18 \times 8 \times 4} = \frac{\cancel{6} \times \cancel{12} \times \cancel{18} \times \cancel{24} \times 30 \times 36 \times 42 \times 48 \times 54}{10 \times 16 \times \cancel{12} \times 2 \times 14 \times \cancel{6} \times \cancel{18} \times 8 \times 4}$$
$$\frac{24 \times 30 \times 36 \times 42 \times 48 \times 54}{10 \times 16 \times 2 \times 14 \times 8 \times 4} = \frac{2^3 \times 3 \times 2 \times 3 \times 5 \times 2^2 \times 3^2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 2^4 \times 3 \times 2 \times 3^3}{2 \times 5 \times 2^4 \times 2 \times 2 \times 7 \times 2^3 \times 2^2} = 3 \times 3 \times 3^2 \times 3 \times 3 \times 3^3 = 3^9$$

Resposta: E

Questão 14)

Informações:

Preço do produto: x

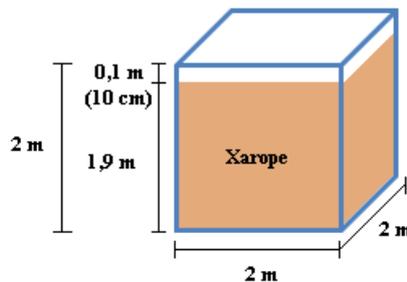
$$\text{Preço com desconto: } x - \frac{15x}{100} = \frac{85x}{100}$$

$$\frac{85x}{100} = 1198,50 \rightarrow x = 1410$$

$$\text{Comissão de 7\% sobre o preço do produto sem desconto: } \frac{7 \times 1410}{100} = \text{R\$ } 98,70$$

Resposta: A

Questão 15)



- Volume de xarope em cada depósito

$$\text{Volume de xarope por depósito} \rightarrow V = 1,9 \times 2 \times 2 = 7,6 \text{ m}^3$$

- Sabendo que $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$:

$$7,6 \text{ m}^3 = 7600 \text{ dm}^3 = 7600 \text{ L de xarope em cada depósito}$$

- Em 8 depósitos $\rightarrow 8 \times 7600 = 60800 \text{ L de xarope}$

$$1 \text{ L de xarope} \rightarrow 7 \text{ L de refrigerante}$$

$$60800 \text{ L de xarope} \rightarrow X$$

$$X = 425600 \text{ L de refrigerante}$$

Para acomodar os 425600 L de refrigerante, sendo que cada vasilhame comporta 2L, são necessários:

$$\frac{425600}{2} = 212800 \text{ vasilhames}$$

Resposta: C

Questão 16)

Altura máxima da cozinha = 1,33 m = 133 cm

- Na tabela, foram calculados a altura e o volume total de cada modelo de freezer:

Modelo	Nº de Gavetas	Medidas das Gavetas			Altura Total (cm)	Volume (cm ³)
		Altura	Largura	Profundidade	-	-
A	6	15 cm	45 cm	45 cm	6 x 15 = 90	6x15x45x45 = 182250
B	5	20 cm	43 cm	43 cm	5 x 20 = 100	5x20x43x43 = 184900
C	5	20 cm	40 cm	45 cm	5 x 20 = 100	5x20x40x45 = 180000
D	4	25 cm	45 cm	40 cm	4 x 25 = 100	4x25x45x40 = 180000
E	3	45 cm	45 cm	40 cm	3 x 45 = 135	3x45x45x40 = 243000

- O modelo E ultrapassa a altura máxima possível!

- O modelo que obedece a restrição de altura e possui o maior volume é o modelo B.

Resposta: B

Questão 17)

Informações:

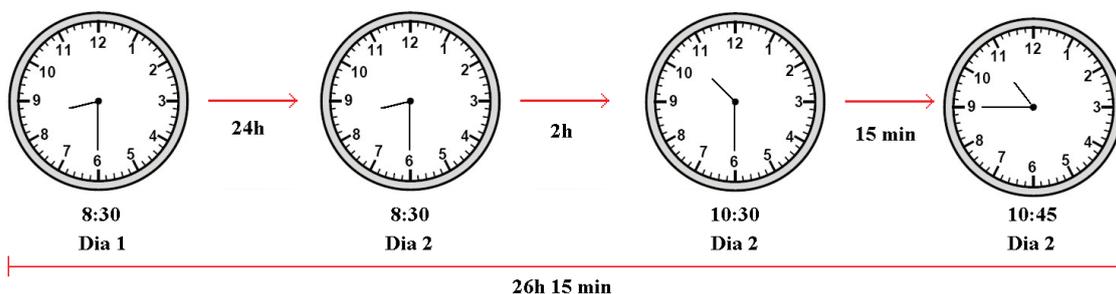
Horário Inicial: A (8h 30 min) → Horário Final: A (10h 45 min)

Horário Inicial: B (8h 30 min) → Horário Final: B (?)

- No relógio A: De 8h 30 min do primeiro às 10h 45 min do dia seguinte → Se passaram 26 h 15 min

$$15 \text{ minutos} = \frac{1}{4} \text{ hora} = 0,25 \text{ hora}$$

$$26 \text{ h } 15 \text{ min} = 26 + 0,25 = 26,25 \text{ h}$$



- No relógio B: Atraso

$$1 \text{ h} \rightarrow \frac{1}{3} \text{ minuto}$$

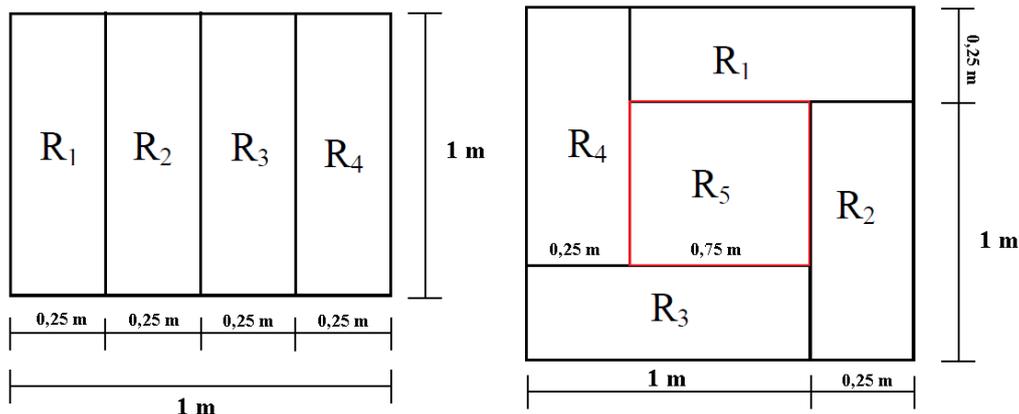
$$26,25 \text{ h} \rightarrow X$$

$$X = 8,75 \rightarrow \text{Atraso de 8 minutos e 45 segundos}$$

- No relógio B: 10 h 45 min - 8 minutos e 45 segundos = 10h 36 minutos 15 seg

Resposta: A

Questão 18)



Informações:

Lado do quadrado R_5

$$L_5 = 0,75 \text{ m} = \frac{3}{4} \text{ m}$$

Área do quadrado R_5

$$A_5 = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16} \text{ m}^2$$

Resposta: D

Questão 19)

$$2 \times (1,2 \text{ hm} + 6000 \text{ cm} - 2 \times 0,4 \text{ dam}) - 0,002 \text{ km}$$

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
	1	2				
		6	0	0	0	
		0	4			
0	0	0	2			
	3	4	2			

- Colocando a expressão na mesma unidade (escolhi metros):

$$2 \times (120 + 60 - 2 \times 4) - 2$$

$$2 \times (120 + 60 - 8) - 2$$

$$2 \times (120 + 60 - 2 \times 4) - 2$$

$$2 \times (172) - 2$$

$$344 - 2 = 342 \text{ metros} \rightarrow 34,2 \text{ dam} \rightarrow 3,42 \text{ hm} \rightarrow 0,342 \text{ km}$$

Resposta: A

Questão 20)

$$A: (1,44 \div 0,3 - 0,2 \div 0,5) \times 1,06$$

$$(4,8 - 0,4) \times 1,06$$

$$(4,4) \times 1,06 = 4,664$$

$$B: 10^2 \div 5^2 + 5^0 \times 2^3 - 1^6$$

$$100 \div 25 + 1 \times 8 - 1$$

$$4 + 8 - 1 = 11$$

$$C: \frac{\frac{1}{3} + 1,5 - 0,1}{0,25 + \frac{2}{3} - 0,05} = \frac{\frac{1}{3} + \frac{4,5}{3} - \frac{0,3}{3}}{\frac{0,75}{3} + \frac{2}{3} - \frac{0,15}{3}} = \frac{\frac{5,2}{3}}{\frac{2,6}{3}} = \frac{5,2}{3} \times \frac{3}{2,6} = 2$$

Resposta: D